

**CENTRO UNIVERSITÁRIO INTERNACIONAL UNINTER
MESTRADO PROFISSIONAL EM EDUCAÇÃO E NOVAS
TECNOLOGIAS**

ÂNGELA VIEIRA LEONEL MOSSULIN

**ELEMENTOS DE GEOMETRIA FRACTAL COM O SOFTWARE
SCRATCH NA EDUCAÇÃO BÁSICA**

CURITIBA

2023

**CENTRO UNIVERSITÁRIO INTERNACIONAL UNINTER MESTRADO
PROFISSIONAL EM EDUCAÇÃO E NOVAS TECNOLOGIAS**

ÂNGELA VIEIRA LEONEL MOSSULIN

**ELEMENTOS DE GEOMETRIA FRACTAL COM O SOFTWARE SCRATCH
NA EDUCAÇÃO BÁSICA**

CURITIBA

2023

ÂNGELA VIEIRA LEONEL MOSSULIN

**ELEMENTOS DE GEOMETRIA FRACTAL COM O SOFTWARE SCRATCH
NA EDUCAÇÃO BÁSICA**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós- Graduação – Mestrado Profissional em Educação e Novas Tecnologias, como parte dos requisitos necessários para obtenção do grau de Mestre em Educação e Novas Tecnologias.

Área de Concentração: Educação

Orientador: Prof. Dr. Luciano Frontino de Medeiros

CURITIBA

2023

M914e Mossulin, Ângela Vieira Leonel
Elementos de geometria fractal com o software
Scratch na educação básica / Ângela Vieira Leonel
Mossulin. – Curitiba, 2023.
111 f. : il. (algumas color.)
Orientador: Prof. Dr. Luciano Frontino de Medeiros
Dissertação (Mestrado Profissional em Educação e
Novas Tecnologias) – Centro Universitário Internacional
Uninter.
1. Geometria. 2. Fractais. 3. Matemática – Estudo e
ensino. 4. Scratch (Linguagem de programação de
computador). 5. Programação visual (Computação). 6.
Educação básica. 7. Educação de jovens e adultos. 8.
Tecnologia educacional. I. Título.

CDD 371.334

Catálogo na fonte: Vanda Fattori Dias - CRB-9/547

CENTRO UNIVERSITÁRIO INTERNACIONAL UNINTER
PRÓ-REITORIA DE PÓS-GRADUAÇÃO, PESQUISA E EXTENSÃO-PGPE
PROGRAMA DE MESTRADO E DOUTORADO PROFISSIONAL EM EDUCAÇÃO E NOVAS TECNOLOGIAS
Secretaria do Mestrado e Doutorado Profissional em Educação e Novas Tecnologias

Defesa Nº 10/2023

**ATA DE DEFESA DE DISSERTAÇÃO PARA CONCESSÃO DO GRAU DE MESTRE EM
EDUCAÇÃO E NOVAS TECNOLOGIAS**

No dia 04 de julho de 2023, às 10h reuniu-se via web conferência a Banca Examinadora designada pelo Programa de Mestrado e Doutorado Profissional em Educação e Novas Tecnologias, composta pelos professores doutores: Luciano Frontino de Medeiros (Presidente-Orientador- PPGENT/UNINTER); Álvaro Emílio Leite (Integrante Externo/ UTFPR); Ana Paula de Andrade Janz Elias (Integrante Interno Institucional/UNINTER); Siderly Almeida do Carmo Dahle (Integrante Interno Titular - PPGENT/UNINTER); Rodrigo Otávio dos Santos (Integrante Interno Suplente

- PPGENT/UNINTER), para julgamento da dissertação: “ELEMENTOS DE GEOMETRIA FRACTAL COM O SOFTWARE SCRATCH NA EDUCAÇÃO BÁSICA”, da mestranda Ângela Vieira Leonel Mossulin. O presidente abriu a sessão apresentando os professores membros da banca, passando a palavra em seguida à mestranda, lembrando-lhe de que teria até vinte minutos para expor oralmente o seu trabalho. Concluída a exposição, a candidata foi arguida oralmente pelos membros da banca.

Concluída a arguição, a Banca Examinadora reuniu-se e comunicou o Parecer Final de que a mestranda foi:

(X) APROVADA, devendo a candidata entregar a versão final no prazo máximo de 60 dias.

() APROVADA somente após satisfazer as exigências e, ou, recomendações propostas pela banca, no prazo fixado de 60 dias.

() REPROVADA.

O Presidente da Banca Examinadora declarou que a candidata foi aprovada e cumpriu todos os requisitos para obtenção do título de Mestre em Educação e Novas Tecnologias, devendo encaminhar à Coordenação, em até 60 dias, a contar desta data, a versão final da dissertação devidamente aprovada pelo professor orientador, no formato impresso e PDF, conforme procedimentos que serão encaminhados pela secretaria do Programa. Encerrada a sessão, lavrou-se a presente ata que vai assinada pela Banca Examinadora.

Recomendações: Fazer os ajustes finais recomendados pela banca examinadora.



Dr. Luciano Frontino de Medeiros
Presidente da Banca



Dr. Álvaro Emílio Leite
Integrante Externo



Dra. Ana Paula de Andrade Janz Elias
Integrante Interno Institucional



Dra. Siderly do Carmo Dahle de Almeida
Integrante Interno Titular



Dr. Rodrigo Otávio dos Santos
Integrante Interno Suplente



Ângela Vieira Leonel
Mossulin
Mestranda

AGRADECIMENTOS

Agradeço a Deus, pela vida, pelas oportunidades, pelo sustento, pelas pessoas que colocou em meu caminho e por me sustentar na missão de educar e aprender a cada dia.

À minha irmã, Ercília, por ser a minha incentivadora para os estudos.

Ao meu marido Valmir, pela compreensão, pela companhia, por me apoiar durante esse período.

Às minhas filhas, Ana Helena Leonel Mossulin e Alice Emanuele Leonel Mossulin, pela compreensão em relação às minhas ausências.

Aos professores/doutores do Programa de Formação Docente e Novas Tecnologias na Educação – UNINTER e aos professores: Prof.^a Dra. Siderly Almeida do Carmo Dahle, Prof.^a Dra. Ana Paula de Andrade Janz Elias e ao Prof. Dr. Álvaro Emílio Leite. Obrigada por terem aceitado ao convite para compor minha banca e por suas valiosas considerações.

Ao Prof. Dr. Luciano Frontino de Medeiros, que por meio dos seus ensinamentos, permitiu a conclusão deste trabalho.

Ainda, às escolas, que fazem e fizeram parte da minha jornada como professora, meu muito obrigada.

RESUMO

Esta dissertação busca apresentar elementos da geometria fractal no intuito de auxiliar a aprendizagem de conteúdos da Geometria Euclidiana do ensino fundamental, utilizando-se a programação em blocos e tem como tema: Elementos da geometria fractal utilizando o Software Scratch na Educação Básica. A pesquisa é de natureza aplicada, exploratória e descritiva quanto aos objetivos e de abordagem mista. Inicia a partir de uma revisão sistemática de literatura verificando o panorama do ensino da geometria fractal na educação básica no período de 2018 a 2021 e uma pesquisa de campo com alunos do ensino fundamental II, na região sul do Brasil. A revisão sistemática de literatura se deu de janeiro a abril de 2022 e a prática pedagógica foi desenvolvida com estudantes do 9º ano do ensino Fundamental regular e Eja, ao longo do mês de novembro de 2022, na cidade de Toledo, oeste do Paraná. Os encontros, foram distribuídos em seis aulas, que visaram possibilitar que os alunos fossem protagonistas, possíveis criadores e construtores do seu conhecimento, no estudo da geometria fractal utilizando-se da programação em blocos, a qual possibilitou o relacionamento interpessoal contribuindo para a melhora do seu desempenho escolar. A utilização do laboratório de Informática permitiu a mudança de ambiente e o trabalho em pares, possibilitou que o aluno expresse a sua opinião e juntos solucionassem as situações em estudo. As atividades permitiram que os alunos também fossem estimulados a refletirem sobre os próprios erros e acertos. Ao longo da escrita desta dissertação, foram realizadas pesquisas bibliográficas sobre os temas trabalhados, tais como: os fractais clássicos; a presença de fractais na natureza; o surgimento do termo Fractal e a programação visual através do Scratch. Das dificuldades enfrentadas, pode se destacar a falta de computadores e infraestrutura, atrasos de alguns alunos para a aula, o que requereu retomada por parte da pesquisadora. Esse trabalho, nos permitiu compreender a importância da realização de atividades práticas com a geometria fractal utilizando o Scratch, e suger-se como produto uma “Sequência didática sobre elementos de geometria fractal com o software scratch na educação básica” direcionada para docentes do ensino fundamental II.

Palavras chave: Geometria Fractal. Educação Matemática. Software Scratch. Educação Fundamental II. EJA. Programação Visual.

ABSTRACT

This dissertation seeks to present elements of fractal geometry in order to help the learning of contents of Euclidean Geometry in elementary school, using block programming and has as its theme: Elements of fractal geometry using the Scratch Software in Basic Education. The research is applied, exploratory and descriptive in terms of objectives, with a mixed approach. It starts from a systematic literature review verifying the panorama of teaching fractal geometry in basic education in the period from 2018 to 2021 and a field research with elementary school students II, in the southern region of Brazil. The systematic literature review took place from January to April 2022 and the pedagogical practice was developed with students of the 9th year of regular Elementary School and Eja, throughout the month of November 2022, in the city of Toledo, western Paraná. The meetings were divided into six classes, which aimed to enable students to be protagonists, possible creators and builders of their knowledge, in the study of fractal geometry using block programming, which enabled interpersonal relationships, contributing to the improvement of their school performance. The use of the Computer lab allowed the change of environment and the work in pairs, it allowed the student to express his opinion and together they solved the situations under study. The activities also allowed students to be encouraged to reflect on their own mistakes and successes. Throughout the writing of this dissertation, bibliographic research was carried out on the themes worked on, such as: classic fractals; the presence of fractals in nature; the emergence of the term Fractal and visual programming through Scratch. Of the difficulties faced, the lack of computers and infrastructure, delays of some students to class, which required resumption by the researcher. This work allowed us to understand the importance of carrying out practical activities with fractal geometry using Scratch, and suggested as a product a "Didactic sequence on fractal geometry elements with scratch software in basic education" aimed at elementary school teachers II.

Keywords: Fractal Geometry. Mathematics education. Software Scratch. Elementary Education II. EJA. Visual programming.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Fotografia 1: Vídeos grupo 01 e grupo 02	70
Fotografia 2: Grupo 01 e grupo 02	71
Fotografia 3: Software Scratch	72
Fotografia 4: Software Scratch	72
Fotografia 5: Área e perímetro	73
Fotografia 6: Níveis Floco de Neve de Koch	73
Fotografia 7: Alunos construindo Floco de Neve de Koch.....	74
Fotografia 8: Níveis Floco de Neve	74
Quadro 1: Critérios de exclusão e de inclusão	26
Quadro 2: Referências e resultado geral da busca da RSL	27
Quadro 3: Questões de pesquisa.....	29
Quadro 4: Principais objetivos dos estudos analisados.....	29
Quadro 5: Descrição metodológica citada nos estudos	30
Quadro 6: Principais metodologias e ferramentas citadas nos estudos	32
Quadro 7: Teorias pedagógicas utilizadas	33
Quadro 8: Conteúdos matemáticos explorados	34
Quadro 9: Público alvo	35
Quadro 10: Quanto aos métodos utilizados no estudo.....	35
Quadro 11: Quanto aos métodos utilizados no estudo.....	36
Quadro 12: Característica de um fractal.....	41
Quadro 13: Tipos de fractais	44
Quadro 14: Padrões e regularidades na Curva de Koch	50
Quadro 15: Número de segmentos e perímetro Floco de Neve	51
Quadro 16: Informações da curva do floco de neve de Koch.....	52
Quadro 17: Metodologia.....	63
Quadro 18: Plano da Oficina de Geometria Fractal.....	67
Gráfico 1: Uso do computador ou celular	77
Gráfico 2: Dispositivo para acesso à internet	78
Gráfico 3: Ferramentas metodológicas utilizadas pelo professor em sala de aula	78
Gráfico 4: Ferramentas metodológicas utilizadas na aula de matemática.....	79

Gráfico 5: Uso de ferramentas de programação	79
Gráfico 6: Programação com o Software Scratch	80
Gráfico 7: Relevância dos programas computacionais para aula de matemática, ótica do aluno	80
Gráfico 8: Geometria Euclidiana.....	81
Gráfico 9: Conhece a Geometria não Euclidiana (teoria do caos, fractais.)	82
Gráfico 10: Conhecimento de Fractais	82
Gráfico 11: Conteúdos matemáticos que o aluno conhece	83
Gráfico 12: Nível de satisfação estudo dos fractais.....	83
Gráfico 13: Satisfação ferramentas tecnológica	84
Gráfico 14: Atividades no Laboratório de Informática.....	84
Gráfico 15: Uso do Scratch	85
Gráfico 16: Dificuldades em utilizar o Scratch	85

LISTA DE TABELAS

Tabela 1: Resultado geral da busca da RSL.....	26
Tabela 2: Progressão Geométrica.....	49

LISTA DE SIGLAS E ABREVIATURAS

CAPES	Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior
EJA	Educação de Jovens e Adultos
ENEM	Exame Nacional do Ensino Médio
IBICT	Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações
MEC	Ministério da Educação
OCD	Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Econômico
RSL	Revisão Sistemática de Literatura
TICs	Tecnologias da Informação e comunicação

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	15
1.1	Objetivo geral.....	19
1.2	Objetivos específicos.....	19
1.3	Justificativa.....	21
1.4	Estrutura da dissertação.....	23
2	REVISÃO SISTEMÁTICA DE LITERATURA	25
2.1	Detalhamento dos resultados	28
2.2	Análise e discussão dos resultados da RSL.....	36
2.3	Considerações da RSL	38
3	A BELEZA DOS FRACTAIS.....	40
3.1	O que é um fractal?	40
3.2	Propriedades dos fractais.....	40
3.2.1	O conceito de fractal e tipos de fractais.....	40
3.3	Geometria fractal no dia-a-dia	41
3.3.1	Fractais e suas aplicabilidades na atualidade	43
3.4	Principais fractais clássicos.....	44
3.5	Conjunto de Cantor	45
3.6	Curva de Peano	46
3.7	Curva de Hilbert.....	47
3.8	A Curva de Koch.....	48
3.8.1	O Floco de Neve de Koch	50
3.8.2	Perímetros na Ilha de Koch (Floco de Neve).....	51
3.9	Construção do Triângulo de Sierpinski.....	52
3.10	O Tapete de Sierpinski.....	53
3.11	Esponja de Menger.....	53
3.12	Conjunto de Julia	54
3.13	Conjunto de Mandelbrot	55
4	NOVOS TEMPOS NA EDUCAÇÃO.....	56
4.1	Programação com Scratch	57
4.2	Symour Papert e o construcionismo	59
4.3	Tecnologias e educação sob a visão de Kenski.....	61
5	PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS.....	63
5.1	Escolhas metodológicas.....	63

5.2	Cenários de pesquisa	64
5.3	Sujeitos da pesquisa.....	65
5.4	Procedimentos éticos	65
5.5	Coletas de dados e instrumentos de recolha de dados.....	66
5.6	Produto: Oficina sobre elementos da geometria fractal utilizando o software Scratch.....	69
5.7	Detalhamento de como ocorreu a oficina	69
5.8	Instrumentos de recolha dos dados	75
6	ANÁLISE DOS DADOS	77
7	CONSIDERAÇÕES FINAIS	91
	APÊNDICE A - PROGRAMAS EM LINGUAGEM SCRATCH	99
	APÊNDICE B - PARECER COMITÊ DE ÉTICA	100
	APÊNDICE C - PLANOS DE AULA.....	104
	ANEXO 1 - QUESTIONÁRIO DIAGNÓSTICO INICIAL.....	106
	ANEXO 2 - QUESTIONÁRIO DIAGNÓSTICO FINAL	109
	ANEXO 3 - CRONOGRAMA DE APLICAÇÃO	111

1 INTRODUÇÃO

A realidade atual, no ambiente da sala de aula a cada dia torna-se mais desafiadora, e, em especial no ensino da Matemática, pois nos deparamos com a tarefa de proporcionarmos um ensino instigante e inovador. Com o avanço repentino das tecnologias e acesso, pela grande maioria dos jovens estudantes, um ensino baseado em metodologias tradicionais, por vezes não é suficiente para que ocorra um interesse do aluno em apropriar-se do conhecimento a ele apresentado. O professor, por vezes reinventa o modo de pensar matemática, mudando o seu modo de ensinar, a fim de conseguir a atenção e envolvimento do aluno com os conteúdos e as atividades propostas. A tarefa do professor é de fundamental importância para que a inserção do pensamento matemático se torne acessível aos seus alunos. A escolha da metodologia, ou seja, dos procedimentos para que haja boa interlocução entre o conhecimento e o aluno, pode proporcionar um bom ambiente para a aprendizagem.

Deve-se considerar que as provas nacionais e internacionais apontam a situação crítica em que se encontra o ensino da Matemática no Brasil, um alerta para as estratégias didáticas que precisam ser reformuladas. O PISA, Programa Internacional de Avaliação de Estudantes (Programme for International Student Assessment), exame de competências básicas, indica que em Matemática o país teve avanços entre 2000 e 2009. Já, na edição de 2018, em Matemática, o Brasil ficou com a 70ª posição dentre os 77 participantes, tendo uma estagnação na última década.

O desempenho do Brasil, no PISA 2019, nos mostra que nossos alunos estão abaixo da média quando comparado aos alunos em países da Organização para a Cooperação e o Desenvolvimento Econômico - OCDE, em Matemática o desempenho é de 384 pontos, tendo uma leve subida comparada com a avaliação anterior, porém bem abaixo da média que foi de aproximadamente 490 pontos.

No texto 10 Questões para Professores de Matemática e como o PISA pode ajudar a respondê-las, originalmente publicado pela OCDE e publicado pelo IMPA em 2018¹, há uma discussão sobre estratégias de ensino direcionadas pelo aluno “como o nome indica, estratégias de ensino direcionadas pelo aluno colocam o estudante no centro da atividade, dando a eles um papel mais ativo do que em estratégias tradicionais direcionadas pelo professor” (10 QUESTÕES..., 2018, p. 11).

¹Disponível em : <https://impa.br/page-livros/10-questoes-para-professores-de-matematica-e-como-o-pisa-pode-ajudar-a-responde-las/>

Frente ao novo contexto escolar, não é mais possível ignorar a importância da utilização de diferentes recursos metodológicos, seja nas aulas de Matemática ou em qualquer outra disciplina. Com base em pesquisas e investigações referentes as novas tecnologias no âmbito educacional, de acordo com os dados analisados, é nítida a motivação e melhora na aprendizagem dos educandos. Os mesmos têm desejado aulas com metodologias diversificadas, ou seja, que o professor utilize outros meios para contribuir com construção do conhecimento pelo aluno.

Vale destacar que existem muitos softwares disponíveis para serem utilizados na educação, mas é importante observar a citação de Papert (1986) quando ele afirma que “a criança deve programar o computador”, segundo ele, não basta a criança ser um mero receptor da informação, mas um construtor atuante frente a máquina. Outra recomendação de Papert é de que a utilização de softwares poderia acontecer desde cedo para que a criança, não apenas aprendesse o conteúdo, mas que estivesse em contato com a lógica da Programação. Ela teria a possibilidade de criar e desenvolver de acordo com seu interesse, construir algo novo, a partir do emprego da criatividade e conhecimento.

Em muitas escolas, atualmente, a frase “instrução ajudada por computador” (computer-aided-instruction) significa fazer com que o computador ensine a crianças. Pode-se dizer que o computador está sendo usado para “programar” a criança. Na minha perspectiva, é a criança que deve programar o computador e, ao fazê-lo, ela adquire um sentimento de domínio sobre um dos mais modernos e poderosos equipamentos tecnológicos e estabelece um contato íntimo com algumas das ideias mais profundas da ciência, da matemática e da arte de construir modelos intelectuais. (PAPERT, 1986, p. 17-18).

Percebe-se, cada vez mais, o quanto a programação é importante para o desenvolvimento cognitivo, não importando a linguagem de programação utilizada, tampouco os recursos para a construção dos protótipos, robôs. O relevante é tentar resolver o problema, encontrar soluções, conforme afirma Freire e Valente (2001).

A programação, potencialmente, permite ao aprendiz colocar em ação seus conhecimentos, buscar novas estratégias e/ou conhecimentos para resolver um problema novo e analisar, de forma significativa, conceitos, noções e estratégias e /ou conhecimentos para resolver um problema novo e analisar, de forma significativa, conceitos, noções e estratégias que lhe permitiram atingir uma solução satisfatória, levando-o ao entendimento de um certo conteúdo. Evidentemente, nesta interação, o papel do professor é de extrema importância. Cabe a ele, a partir de observações criteriosas, ajustar suas intervenções pedagógicas ao processo de aprendizagem dos diferentes alunos, de modo que lhes possibilite um ganho significativo do ponto de vista educacional, afetivo e sociocultural (FREIRE; VALENTE, 2001, p. 56).

Faz-se relevante ter a programação como uma aliada do professor no intuito de promover ao aluno o alcance de diversas competências, tais como a resolução de problemas, a criatividade e o pensamento computacional. A partir destas observações, optou-se pelo Scratch, o qual é um software de programação em blocos que não exige conhecimentos prévios de programação. De acordo com Resnick *et al.* (2009), este aplicativo foi criado para jovens entre 8 e 16 anos, no intuito de auxiliar os usuários a pensar de forma criativa, organizar seus raciocínios, trabalhar colaborando com os colegas e apropriar-se do pensamento computacional e lógico-matemático.

Sendo o Scratch um programa que não exige licença para o uso na escola ou em qualquer outro local, o torna acessível a todos. Segundo Xavier *et al.* (2019), o Scratch pode ser usado em qualquer navegador por meio do site (<https://scratch.mit.edu>) ou instalado no computador, possibilitando que o usuário possa desenvolver a programação online ou off-line. Os trabalhos feitos com o Scratch podem ser compartilhados pelo site e são protegidos por licenças Creative Commons.

É utilizando-se do Software Scratch que se pretende abordar elementos da Geometria Fractal, pois durante muito tempo a geometria tradicional euclidiana, foi a única ferramenta utilizada para tratar dos objetos matemáticos e do mundo físico, porém nas últimas quatro ou cinco décadas, desenvolve-se uma nova ciência denominada CAOS e com ela a geometria fractal para revolucionar a geração e reprodução de imagens (BARBOSA,2005, p.10).

Foi com o matemático e economista francês Benoit Mandelbrot, na década de 1970 que surge o termo Fractal, que vem do adjetivo *fractus* do verbo latino que significa *Frangere*, ou seja, criar fragmentos irregulares, portanto, além de significar quebrado, pode significar irregular, para representar figuras com certas características “estranhas”. Enquanto a geometria euclidiana envolve estudo de formas exatas como

retas, pontos, círculos, entre outros. Portanto, a geometria fractal pode ser entendida como uma nova linguagem que melhor representa coisas que já conhecemos (MANDELBROT, 1983, p.1).

Com base nos referenciais apresentados, percebe-se a importância de trabalhar esta nova geometria em sala de aula, apresentando aos alunos a importância do estudo da geometria dos fractais. Ampliar a visão, construindo modelos, por meio do Software Scratch, que representam as formas e os fenômenos fractais.

Esta dissertação apresenta como produto as oficinas desenvolvidas com estudantes de uma turma do 9º ano do ensino regular e uma turma do 8º/9ºAno da EJA (Educação de Jovens e Adultos). Nesse sentido, procura de forma criteriosa, interligar o conteúdo curricular básico às atividades diferenciadas, dinâmicas em duplas utilizando os computadores do laboratório de informática. Deste modo se demonstra para a comunidade escolar a relevância do estudo utilizando novas tecnologias, já nos anos finais do ensino fundamental, sendo aplicada, através de temas como a programação, comprovando-se que é possível aprender de forma diferente e criativa.

Esta pesquisa contou com a participação de 40 estudantes do ensino fundamental II, no ensino regular, com faixa etária dos 13 aos 15 anos, e na Eja de 16 aos 50 anos. Os alunos de ambas as turmas participaram das atividades no horário de aula. Realizaram as atividades em sala de aula e no Laboratório de informática, onde utilizam o software Scratch. Responderam a dois questionários, sendo que o primeiro foi respondido no primeiro encontro e o segundo ao término das atividades.

Neste sentido, o presente trabalho se utiliza da base teórica idealizada por Seymour Papert – o Construcionismo – na qual afirma que a construção do conhecimento é baseada na realização de uma ação concreta que resulta em um produto palpável, que seja de interesse de quem o produz (PAPERT, 1994).

Para embasar esta dissertação procuramos suporte em trabalhos já desenvolvidos na área, fazendo-se uso da Revisão Sistemática de Literatura (RSL). Um dos trabalhos utilizados nesta RSL foi o de Souza (2022) intitulado: “A geometria fractal para o ensino de diversos tópicos de matemática no Ensino Médio”, no qual a autora investiga possibilidades do uso Geometria Fractal para motivar o ensino de área e perímetro em figuras Euclidianas, tendo como prioridade demonstrar a

possibilidade, ao aluno, de contemplar o belo e de descobrir a harmonia existente nestas figuras sem deixar de formalizar o seu conhecimento.

Foi analisada também, na referida RSL a pesquisa de Suleiman (2019), cujo título “FRACTAIS: possibilidades pedagógicas na escola básica.”. Na pesquisa, o autor apresenta como principal objetivo refletir sobre os aspectos gerais dos fractais, sobre a revisão bibliográfica, as pesquisas atuais, sobre sua alta aplicabilidade no mundo digital e tecnológico, apresentando a ilustração de exemplos para calcular perímetro e área de um fractal.

Outro trabalho que nos auxiliou nesse levantamento de dados, foi a pesquisa de Lisboa (2019), com o título: “Uma proposta de abordagem da geometria fractal na educação básica”. Com o objetivo a inclusão dessa nova Geometria como ferramenta para auxiliar o ensino de conteúdos matemáticos, tendo em vista a possibilidade dessa ação potencializar a aprendizagem da matemática, tornando-a mais significativa para os alunos, pois a Geometria Fractal oferece ampla possibilidade de aplicabilidade na Educação Básica, desde o apelo visual à formação de padrões, que são importantes para o desenvolvimento do raciocínio que conduz às soluções de alguns problemas matemáticos.

Com base no contexto apresentado, o problema de pesquisa que se desdobra a partir destas considerações é: De que modo uma intervenção no contexto do ensino de matemática que apresente a geometria fractal pode auxiliar alunos do ensino fundamental, na aprendizagem de conceitos de área e perímetro, utilizando-se da programação em blocos?

1.1 Objetivo geral

Propor uma intervenção no contexto do ensino de matemática, abordando elementos da geometria fractal por meio do uso de programação em blocos com o software Scratch, para turma do 9º ano do ensino fundamental regular e 9º ano do ensino fundamental EJA.

1.2 Objetivos específicos

- Desenvolver uma prática pedagógica, com alunos dos anos finais do Ensino Fundamental, que envolva geometria plana e geometria Fractal por

meio do Scratch, estimulando-os a estabelecer conexões entre a programação em blocos e a Matemática;

- Analisar se as atividades desenvolvidas durante a prática pedagógica contribuem para a aprendizagem de ângulos internos e ângulos externos, áreas e perímetros e conceitos de geometria fractal.
- Propor uma oficina para professores do ensino fundamental II, por meio de metodologia ativa, a aprendizagem de ângulos, áreas e perímetros de figuras geométricas fractais, culminando no produto desta dissertação.

1.3 Justificativa

O interesse por este estudo surgiu a partir da observação do dia a dia da sala de aula e, onde percebia-se a demanda para abordagem da geometria fractal, pois poucos professores tem apresentado a nova geometria fractal aos seus alunos, por desconhecerem sobre o assunto e muitos por não terem estudado sobre o assunto em sua formação inicial.(CONCEIÇÃO, 2019, p.11)

A Geometria Fractal foi uma proposição incluída no currículo paranaense, por meio das Diretrizes Curriculares do Paraná, a partir do ano de 2008, em que as Geometrias Não-Euclidianas foram inseridas gradativamente. No Ensino Fundamental II o conteúdo estruturante Geometrias, defende que a referência para o aluno é o espaço, cabendo a ele perceber, analisar e representá-lo. Nesse nível de ensino, espera-se que o aluno tenha compreensão de

[...] noções de geometrias não-euclidianas: geometria projetiva (pontos de fuga e linhas do horizonte); geometria topológica (conceitos de interior, exterior, fronteira, vizinhança, conexidade, curvas e conjuntos abertos e fechados) e noções de geometria dos fractais (PARANÁ, 2008, p. 56).

A abordagem da geometria Fractal, é de importância, pois desde crianças associamos objetos a uma forma geométrica. Por exemplo, associamos uma laranja a uma esfera, um dado a um cubo, um chapéu de aniversário infantil a um cone, um caderno a um retângulo, e assim por diante. Porém para nosso espanto, quando nos deparamos com uma nuvem no céu, a que forma vamos associar? Ou um galho de árvore ou um cristal de gelo, que forma geométrica nos remete? Tal dificuldade se dá, não somente porque a natureza apresenta um nível de complexidade completamente diferente. Segundo Barbosa (2005):

Na constituição de nosso mundo, da natureza em geral, por mares, oceanos, separando os continentes e ilhas, com suas costas, suas montanhas e rios, rochas, plantas e animais, e acima as nuvens etc., temos componentes com suas formas nas quais dominam a irregularidade e o caos; tentar simplificá-las, empregando formas usuais da clássica geometria euclidiana, como triângulo, círculos, esferas, cones, etc., seria absurdamente inadequado. A geometria dos fractais pode fornecer aproximações para essas formas. (BARBOSA, 2005, p. 10-11).

No convívio com alunos que, na sua maioria, apresentam interesse pelo uso de novas tecnologias, foi percebido de imediato um rico campo de pesquisa, no qual, através das observações, aplicações de oficinas e pesquisas posteriores, este trabalho poderia contribuir para uma educação engajadora, trazendo benefícios para o público envolvido.

Pesquisar tal público é de fato motivador, devido as dificuldades que possuem em desenvolver e apropriar-se dos conteúdos matemáticos. No que tange as estratégias de ensino, temos a possibilidade do uso de tecnologias digitais, que quando administradas corretamente, pode abrir caminhos para aprendizagem dos educandos. Como diz Moran, Masetto e Behrens (2006):

As tecnologias são pontes que abrem a sala de aula para o mundo, que representam, medeiam o nosso conhecimento do mundo. São diferentes formas de representação da realidade, de forma mais abstrata ou concreta, mais estática ou dinâmica, mais linear ou paralela, mas todas elas, combinadas, integradas, possibilitam uma melhor apreensão da realidade e o desenvolvimento de todas as potencialidades do educando, dos diferentes tipos de inteligência, habilidades e atitudes (MORAN; MOSETTO; BEHRENS, 2006, p. 2).

Podemos ressaltar a importância do uso planejado das tecnologias, conforme Xavier (2013, p. 1):

Não se questiona mais a adoção das tecnologias digitais de informação e comunicação (TDIC) pela educação. Discute-se agora como utilizá-las para auxiliar o professor a trabalhar a diversidade de conteúdos presentes nas disciplinas do currículo escolar. (XAVIER, 2013, p. 1).

Entre as ferramentas que podem contribuir com o trabalho do professor, podemos destacar o uso do Scratch, um software livre desenvolvido no MIT (Massachusetts Institute of Technology) no qual o usuário obrigatoriamente necessita expressar seu pensamento na forma de comandos, a partir de informações básicas que são disponibilizadas ao aluno. Esta metodologia está baseada nos estudos de Papert (1994), em que a criança deveria agir como criador do conhecimento, saindo de um estado estático para um estado ativo no processo de aprendizagem. De acordo com o autor, os alunos deviam assumir o comando do conhecimento, numa perspectiva do Construcionismo.

Esses dados, por si só, justificam a escolha do tema desta pesquisa, delimitando-se na realidade de um público: Apresentar a importância do estudo da geometria dos fractais utilizando o Software Scratch, aos professores dos anos finais do ensino fundamental regular e Eja, a partir de uma implementação realizada na cidade Toledo, oeste do Paraná, visando contribuir no processo de ensino e aprendizagem através da interação, deste público, com a programação Visual, através de atividades no laboratório de informática.

Dessa maneira, por meio do Software Scratch, pretende-se abordar a Geometria Fractal, uma geometria pouco abordada no contexto da sala de aula, pois durante muito tempo a geometria euclidiana, foi a única forma utilizada para tratar dos objetos matemáticos e do mundo físico.

1.4 Estrutura da dissertação

Este trabalho está estruturado em seis capítulos, além da “Introdução”, na qual foi apresentada a justificativa, os objetivos gerais, objetivos específicos e o contexto do problema. No primeiro capítulo, intitulado: "Revisão Sistemática de Literatura", o estudo propõe o mapeamento dos trabalhos relacionados ao tema desta pesquisa; assim como no capítulo 2 apresenta-se “A Beleza dos Fractais ” foi realizada análise do arcabouço teórico sobre os seguintes temas: Os clássicos entre os fractais, foi incluído as diferentes formas que os Fractais se apresentam na Natureza, fundamentos que definem um Fractal e a importância dos mesmos para a evolução das tecnologias de informação e na ciência como um todo.

Durante o capítulo três “Novos tempos na educação”, são apresentadas algumas teorias, metodologias e conceitos tecnológicos do ensino e da aprendizagem, abordando as Metodologias Ativas na educação em evidência a Linguagem de programação Scratch. Neste capítulo aborda-se ainda, sobre a importância da tecnologia na educação, qual deve ser o papel do professor frente às novas tecnologias e sobre o perfil do estudante do século XXI.

O próximo capítulo apresenta-se a “Metodologia da pesquisa”, no qual estão presentes os detalhes das proposições e aplicação da oficina, de onde surge o produto desta dissertação, a partir da implementação com alunos, desenvolveu-se uma proposta de oficina para professores do ensino fundamental II. No capítulo 5 a

descrição e análise dos dados coletados a partir dos questionários respondidos pelos estudantes e a observação no decorrer do desenvolvimento das atividades.

No que concerne ao último capítulo é denominado de "Considerações finais", denotam as análises sobre objetivos propostos e resultados obtidos; os procedimentos utilizados para o alcance dos propósitos da pesquisa e as sugestões para trabalhos futuros, assim como a conclusão final deste trabalho.

Finalizando a estrutura desta dissertação, apresentam-se as referências, os apêndices e anexos: do cronograma, do questionário, da entrevista com os alunos e as fotos.

2 REVISÃO SISTEMÁTICA DE LITERATURA

Para esse levantamento, adotou-se a Revisão Sistemática de Literatura (RSL). Para se obter uma RSL de boa qualidade, faz-se necessário atentar-se para algumas condições, dentre os quais, destaca-se a paciência e tempo disponível para a pesquisa, pois ao delimitar um tema, surgirão inúmeras correspondências, que requerem uma filtragem criteriosa de acordo com a relevância para a pesquisa. Sobre a RSL Sampaio e Mancini observa:

Uma revisão sistemática, assim como outros tipos de estudo de revisão, é uma forma de pesquisa que utiliza como fonte de dados a literatura sobre determinado tema. Esse tipo de investigação disponibiliza um resumo das evidências relacionadas a uma estratégia de intervenção específica, mediante a aplicação de métodos explícitos e sistematizados de busca, apreciação crítica e síntese da informação selecionada. As revisões sistemáticas são particularmente úteis para integrar as informações de um conjunto de estudos realizados separadamente sobre determinada terapêutica/ intervenção, que podem apresentar resultados conflitantes e/ou coincidentes, bem como identificar temas que necessitam de evidência, auxiliando na orientação para investigações futuras. (SAMPAIO; MANCINI, 2007, p. 84).

No que tange a revisão, deve-se iniciar a investigação pelo resumo, pois ele traz as evidências concernentes a busca e, em seguida, pode-se examinar de maneira mais detalhada os trabalhos que se enquadram com a pesquisa. Outro ponto que merece destaque é a delimitação do período em que os trabalhos foram publicados, uma vez que com a RSL é possível coletar dados sobre os temas de maior destaque nos últimos anos.

O processo de construção do “estado da arte” por meio da RSL teve como objetivo inicial, rastrear os estudos sobre o ensino da Geometria Factual. Para a obtenção das buscas, utilizaram-se as palavras-chave “geometria fractal” “ensino médio” OU “ensino fundamental” OU “educação de jovens e adultos”. Priorizando-se a prospecção de trabalhos em língua portuguesa, as bases escolhidas para o processo sistemático de busca foram o Portal de Periódicos da CAPES, Google Acadêmico e na Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações (BDTD/IBICT).

As pesquisas foram delimitadas entre os anos de 2018 até 2021. Iniciou-se a busca no Portal de Periódicos da CAPES, o qual retornou 25 estudos, cuja relevância

para o trabalho resultou em apenas 05 estudos. No que tange ao ensino da Geometria Fractal, verificou-se apenas 01 estudo, incluso nos resultados.

Entretanto, no Google Acadêmico, em um primeiro momento, identificaram-se 832 trabalhos. Vários dos estudos estavam duplicados e foram lidos todos os títulos dentre os quais, somente 50 documentos foram considerados pertinentes. Já sobre o ensino da Geometria Fractal, identificou-se 11 artigos que foram incluídos também nos resultados.

Na Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações (BDTD/IBICT), foram encontrados 05 artigos, dos quais apenas 03 se destacaram conforme os critérios desta proposta. Destes, apenas 01 foi relevante para a pesquisa. Na tabela 1 encontra-se o resumo das buscas efetuadas nas bases de dados consideradas.

Tabela 1: Resultado geral da busca da RSL

Site/Repositório	Artigos encontrados sobre todos os temas	Artigos analisados somente o resumo	Artigos incluídos Analisados na íntegra
BDTD/IBICT	05	03	01
CAPES	25	05	01
Google Acadêmico	832	50	11
Total	862	58	13

Fonte: Elaborado pela autora (2022).

Dessa forma, os resultados desta RSL, estruturando-se a partir da leitura dos resumos dos trabalhos em questão, em 13 estudos foram analisados na íntegra. No quadro 1, é apresentado a parte do protocolo que se refere aos critérios utilizados para inclusão e exclusão dos estudos previamente selecionados.

Quadro 1: Critérios de exclusão e de inclusão

Critérios de Inclusão	Critérios de Exclusão
Artigos completos sobre o tema desta pesquisa	Artigos duplicados
Teses, dissertações e artigos sobre os temas	Artigos em outras línguas
Geometria fractal ensino	Artigos resumidos
Geometria fractal ensino fundamental e médio e EJA	Artigos não relevantes (excluídos pelo título, resumo, palavras-chave não relacionados aos objetivos desta RSL).
Geometria fractal ensino fundamental e médio e Educação de Jovens e Adultos.	
Artigos em português	

Fonte: Elaborado pela autora (2022).

No quadro 2, estão detalhados os trabalhos selecionados ao final dos critérios de inclusão e exclusão, adotando-se uma codificação para cada um no formato “En”, onde n é o número sequencial do estudo presente no quadro. São detalhadas além do título o assunto e tipo do trabalho, nome dos autores, o ano de publicação e o repositório de origem.

Quadro 2: Referências e resultado geral da busca da RSL

ID	Assunto	Título	Tipo	Ano	Autor(s)	Site/Repositório
E1	Fractal (GeoGebra, compasso e cartão fractal) para alunos do fundamental e Ensino Médio.	A geometria fractal para o ensino de diversos tópicos de matemática no Ensino Médio	D	2022	Souza, S. P.	Google Acadêmico
E2	Fractal (Triângulo de Sierpinski, Tapete de Sierpinski, Floco de neve de Koch, Árvore Fractal.	Uma Proposta de Abordagem da Geometria Fractal na Educação Básica.	D	2019	Lisboa, M. C.;	BDTD
E3	Árvore Simétrica de Pitágoras, Triângulo de Sierpinski e a Ilha de Koch (Floco de Neve).	Geometria Fractal: Abordando Conceitos a partir de Construções com o Software GeoGebra.	A	2019	Aguilar, V. L.; da S., R C.; R., E.	Google Acadêmico
E4	Fractal (cartão fractal, Sierpinski, Curva de Koch) para alunos do 1º ano ensino Ensino Médio	O Uso da Geometria Fractal como Ferramenta no Ensino de Progressões Geométricas e Logaritmos.	D	2019	Vieira, D. C.	Google Acadêmico
E5	Árvore pitagórica a a partir de imagens e GeoGebra	Teorema de Pitágoras e o Fractal Árvore Pitagórica: Um Experimento no Ensino Fundamental	A	2018	Leivas, J. C. P.; Bettin, A. D.	Google Acadêmico
E6	O Jogo do Caos e Fractais com Múltiplos no Triângulo de Pascal.	Fractais: Possibilidades Pedagógicas na Escola Básica.	A	2019	Suleiman, A. R.	Google Acadêmico
E7	Fractais clássicos PA e PG, GeoGebra Oficina e questionário diagnóstico.	Uma Proposta de Atividades para o Estudo de Progressões Geométricas utilizando Fractais e o Software GeoGebra.	D	2018	Valmorbida, J. M.	Google Acadêmico

E8	Calculo de área, perímetro volume, conjunto de Cantor, Tapete de Sierpinski e da esponja de Menger	A Geometria do Conjunto de Cantor, do Tapete de Sierpinski e da Esponja de Menger	D	2020	Oliveira, M. A. T.	Google Acadêmico
E9	Degraus Fractais e Esponja de Menger	Geometria Fractal e Atividades para o Ensino de Matemática: Degraus Fractais e Esponja de Menger	D	2020	Silva, M. V. O. L. Da	Google Acadêmico
E10	Fractal livre, fractal cantor com palitos e fractal Koch e lã.	O Espaço de Hausdorff e a Dimensão Fractal: Estudo e Abordagens no Ensino Fundamental	D	2021	Eleutério, A. P.	Google Acadêmico
E11	Proposta de atividades com origami esponja de Menger	A Geometria Fractal no Processo de Ensino-Aprendizagem: Avaliação de Probabilidade Geométrica	D	2021	Able, S. L. R.	Google Acadêmico
E12	Construção da arvore pitagórica concreta e no GeoGebra	O Fractal Árvore Pitagórica E Diferentes Representações: Uma Investigação com Alunos do Ensino Médio	A	2018	Rezende, V. <i>et al.</i>	Capas
E13	Proposta para trabalhar com GeoGebra Árvores Bifurcadas e o Triângulo de Sierpinski.	Construção de Fractais Geométricos com o GeoGebra: Árvores Bifurcadas e o Triângulo de Sierpinski.	A	2021	Wanderley, L. R. <i>et al.</i>	Google Acadêmico

Fonte: Elaborado pela autora (2022).

2.1 Detalhamento dos resultados

No estabelecimento de uma base para a análise nesta RSL, elaborou-se a seguinte pergunta norteadora de pesquisa: “Como se dá o ensino da Geometria Fractal no ensino regular, considerando Ensino Fundamental II, Ensino Médio e Educação de Jovens e Adultos?” Como complemento à pergunta enunciada anteriormente, propõe-se as questões de pesquisa enumeradas no quadro 3, codificadas propriamente como “Qn”, com n sendo a numeração sequencial.

Quadro 3: Questões de pesquisa

ID	Questão
Q1	Quais os principais objetivos dos estudos analisados?
Q2	Como foram desenvolvidas as atividades presentes nos estudos?
Q3	Quais os resultados obtidos?
Q4	Quais teorias pedagógicas são utilizadas?
Q5	Quais conhecimentos matemáticos são explorados nos estudos?
Q6	Qual o público alvo dos estudos?
Q7	Que métodos foram adotados nos estudos para a promoção do tema junto aos alunos?
Q8	Quais técnicas/tecnologias foram utilizadas na promoção do tema junto aos alunos?

Fonte: Elaborado pela autora (2022).

As questões **Q7** e **Q8** foram derivadas a partir da descrição obtida em **Q2**, para obtenção de um melhor detalhamento de métodos, técnicas e tecnologias utilizadas nos estudos. No quadro 4, é apresentado conforme a questão **Q1**, um mapeamento relacionado com os objetivos pretendidos nos estudos.

Quadro 4: Principais objetivos dos estudos analisados

Q1: Quais os principais objetivos dos estudos analisados?		
Cód.	Autor	Objetivos
E1	Souza, S. P.	Utilizar a Geometria Fractal como motivadora no ensino de áreas e perímetros de figuras geométricas euclidianas; contribuir para um ensino mais prazeroso e dinâmico da Matemática aliado ao uso das tecnologias. Fixar os conceitos de logaritmo, progressão aritmética e geométrica, através de alguns fractais clássicos e outros não tão clássicos e provocar nossos alunos com algo desconhecido, “os monstros matemáticos”, mas, com a preocupação de utilizar conhecimentos matemáticos acessíveis ao Ensino Fundamental e Médio.
E2	Lisboa, M. C.;	O objetivo dessa proposta é a inclusão dessa nova Geometria (Geometria Fractal) no Ensino Médio como ferramenta para auxiliar o ensino de conteúdos matemáticos, tendo em vista a possibilidade dessa ação potencializar a aprendizagem da matemática, tornando-a mais significativa para os alunos.
E3	Aguilar, V. L.; da Silva, R. C.; Romanini, E.	Apresentar uma proposta para educadores de contextualização de conceitos abordados em sala de aula, a partir da Geometria Fractal com o objetivo de fornecer um aprendizado significativo para alunos do Ensino Básico.
E4	Vieira, D. C.	Fornecer embasamento teórico e uma sequência didática que abrange diversos níveis de domínio dos conteúdos, para que professores possam trabalhar a geometria fractal como agente motivador no ensino e aprofundamento de conceitos estudados em sala de aula, abrindo também a possibilidade para a abordagem de temas como limites e convergência de sequências, ainda que de forma intuitiva.
E5	Leivas, J. C. P.; Bettin, A. D.	Utilizar noções de geometria euclidiana para alunos de um nono ano do Ensino Fundamental, a fim de perceberem a necessidade de reconhecerem alguns aspectos de geometria fractal, no intuito de compreenderem melhor o mundo em que vivem.

E6	Suleiman, A. R.	Refletir sobre os aspectos gerais dos fractais, sobre a revisão bibliográfica, as pesquisas atuais, sobre sua alta aplicabilidade no mundo digital e tecnológico.
E7	Valmorbida, J. M.	Apresentar uma proposta de atividades para o ensino das Progressões Geométricas, por meio da construção de Fractais no Software GeoGebra.
E8	Oliveira, M. A. T.	Exibir as propriedades do conjunto de Cantor, exploramos conteúdos presentes no Currículo Nacional do Ensino Básico de Matemática.
E9	Silva, M. V. O. L. da	Elaborar atividades didáticas a serem aplicadas em aulas de Matemática do Ensino Fundamental II e do Ensino Médio.
E10	Eleutério, A. P.	Estudar a principal característica de um fractal: sua dimensão. Apontar formas de representar uma das grandezas para descrever um elemento deste tipo. Demonstrar como o cálculo dimensional consiste em uma ferramenta de caracterização de um fractal.
E11	Able, S. L. R.	Elaborar uma sequência de ensino para o Ensino Médio, destinada ao ensino-aprendizagem e avaliação de Probabilidade Geométrica, por meio de resultados gerados da Geometria Fractal, buscando identificar os principais elementos que deveriam compor a mesma.
E12	Rezende, V. <i>et al.</i>	Apresentar possibilidades para as aulas de matemática relacionadas ao uso de diferentes registros de representação semiótica aliados à Geometria dos Fractais.
E13	Wanderley, L. R. <i>et al.</i>	Apresentar dois objetos de destaque da Geometria Fractal: as Árvores Bifurcadas e o Triângulo de Sierpinski.

Fonte: Elaborado pela autora (2022).

Assim como no quadro 4 o quadro 5 traz a descrição metodológica relacionada ao desenvolvimento das atividades (**Q2**). A coluna do autor é colocada para melhor referência ao estudo desenvolvido.

Quadro 5: Descrição metodológica citada nos estudos

Q2: Como foram desenvolvidas as atividades presentes nos estudos?		
ID	Autor	Descrição das Metodologias
E1	Souza, S. P.	Oficinas com materiais manipuláveis aplicadas ao 7º ano e Ensino médio construção de fractais: flor da vida; tetraedro fractal com palitos e mini-marshmallows. Desenvolvimento de atividades com o diagrama de fatores através da representação de desenhos a decomposição em fatores primos. Atividade com cartão fractal triângulo de Sierpinski e o cartão fractal de graus centrais.
E2	Lisboa, M. C.;	Proposta de oficina teórico/prática não implementada que ocorreram em seis momentos: 1º momento, apresentar a sequência do triângulo de Sierpinski; 2º momento, apresentar o conceito de sequência por meio da curva do floco de neve de Koch; 3º momento, propõe apresentar a sequência, por meio de imagem, de seis números quadrados perfeitos; 4º momento, introdução às ideias de soma dos termos de uma sequência por meio de uma sequência de subdivisão proporcional de um quadrado unilateral; 5º momento, a soma dos termos de uma progressão geométrica através da árvore pitagórica. E 6º momento, a representação de probabilidades por meio do desenho da árvore de probabilidades.

E3	Aguilar, V. L.; da S., Romanini, C.; Romanini, E.	Proposta de oficinas teórico/práticas não implementadas, utilizando o Software GeoGebra, visando as construções clássicas relacionadas aos árvore de Pitágoras, triângulo de Sierpinski e a ilha de Koch (Floco de Neve).
E4	Vieira, D. C.	Foi realizado oficina de recorte de cartões fractais; porém, num primeiro momento, foi realizada a exposição de slides de fractais como o triângulo de Sierpinski, curva de Koch, esponja de Menger, conjunto de Julia e algumas estruturas fractais presentes na natureza. Em seguida, foram apresentados alguns tutoriais com as propriedades desses fractais, principalmente a respeito da autossimilaridade e o conceito de limite. E por fim a construção do cartão fractal degraus centrais e o cartão fractal triângulo de Sierpinski.
E5	Leivas, J. C. P.; Bettin, A. D.	Oficina teórica e prática com alunos do nono ano do Ensino Fundamental realizaram atividades de classificação de figuras geométricas e de elementos da natureza, as quais permitiram agrupá-los por propriedades ou características em duas geometrias e, com exploração do recurso da fotografia, foi possível, por exemplo, identificar a característica de autossimilaridade dos objetos fractais e no segundo momento no software GeoGebra a construção da árvore pitagórica.
E6	Suleiman, A. R.	Proposta não implementada de atividade envolvendo o Jogo do Caos e fractais com múltiplos no triângulo de Pascal.
E7	Valmorbida, J. M.	Desenvolvimento de oficinas teóricas e práticas, no contraturno, com 16 alunos do 1º Ano do Ensino Médio organizado em 8 encontros onde teve o objetivo de trabalhar com o Software GeoGebra para desenvolver exercícios da construção de fractais no GeoGebra: conjunto de Cantor, triângulo de Sierpinski, curva de Koch e esponja de Menger, concluindo com um questionário para avaliação dos conteúdos abordados.
E8	Oliveira, M. A. T.	Proposta uma oficina para construir o passo a passo de fractais clássicos. Seja através de uma reta, de um triângulo, de um quadrado, etc., que fazem parte da geometria euclidiana estudada no ensino médio. E quando a figura já apresenta um padrão de construção, possibilita uma análise matemática de todas as relações conhecidas nos fractais.
E9	Silva, M. V. O. L. Da	Desenvolvimento de oficina com alunos do ensino fundamental e ensino médio utilizando materiais manipuláveis, dobraduras para construir degraus tridimensionais da estrutura cúbica da esponja de Menger.
E10	Eleutério, A. P.	Desenvolveram-se três oficinas, com duração de 30 minutos, sendo elas: i) a Oficina 1, com a representação do meio ambiente e as formas fractais clássicas: conjunto de Cantor, curva de Koch; ii) a Oficina 2, com a construção de um fractal aleatório; e iii) a Oficina 3, com o cálculo da dimensão fractal. Nas oficinas foram os materiais pedagógicos e recursos didáticos específicos trazidos pelo pesquisador, tendo como base, tesouras, estiletes, colas, canudinhos, fios de lã.
E11	Able, S. L. R.	Proposta de oficina não implementada utilizando questões do ENEM e sua respectiva solução utilizando materiais manipuláveis, como desenhos com compasso e origami.
E12	Rezende, V. et al.	As tarefas foram desenvolvidas com quinze alunos do 3º ano do Ensino Médio, durante 7 aulas de matemática, onde foram desenvolvidas cinco tarefas: i) a construção da árvore pitagórica com régua e compasso; ii) a descrição dos passos de construção da árvore pitagórica; iii) cálculo de área e perímetro dos quadrados formados em cada etapa da árvore pitagórica; iv) construção da árvore pitagórica com o GeoGebra; e v) construção da árvore pitagórica com material manipulável.

E13	Wanderley, L. R. <i>et al.</i>	Proposta de oficinas não implementadas para construção de fractais no software GeoGebra.
-----	--------------------------------	--

Fonte: Elaborado pela autora (2022).

No quadro 6, contendo os resultados obtidos que puderam ser identificadas nos estudos, não estão listados os trabalhos **E2, E3, E6, E11 e E13**, pois os mesmos são propostas de trabalho não implementadas e não se aplicam ao objetivo da questão.

Quadro 6: Principais metodologias e ferramentas citadas nos estudos

Q3: Quais os resultados obtidos? Foram identificadas outras propostas e soluções?		
ID	Autor	Descrição das Metodologias e Ferramentas
E1	Souza, S. P.	Utilizou a Geometria Fractal como motivadora no ensino de áreas e perímetros de figuras geométricas euclidianas e não euclidianas, os resultados apontam que a atividade possibilitou ao aluno contemplar o belo e descobrir a harmonia existente nestas figuras sem deixar de formalizar o seu conhecimento.
E4	Vieira, D. C.	Foi possível perceber uma participação muito maior por parte dos alunos quando comparamos com aulas tradicionais, no desenvolvimento das atividades propostas.
E5	Leivas, J. C. P.; Bettin, A. D.	Os resultados da pesquisa mostraram a eficiência, tanto da Teoria de Van Hiele, quanto do GeoGebra na compreensão de propriedades das duas geometrias, em particular, sobre o teorema de Pitágoras, a fim de melhor compreenderem o mundo em que vivem.
E7	Valmorbida, J. M.	Observou-se o aprendizado significativo dos conceitos, e isto foi possível, porque a ferramenta tecnológica esteve aliada aos conteúdos, despertando o interesse e impulsionando os alunos ao estudo.
E8	Oliveira, M. A. T.	Utilizou uma linguagem acessível aos alunos do Ensino Básico e apresentamos atividades envolvendo outros fractais, obtidos de forma semelhante ao conjunto de Cantor, bem o tapete de Sierpinski e a esponja de Menger.
E9	Silva, M. V. O. L. Da	Durante as oficinas, observou-se o sucesso na compreensão, construção e análise dos modelos fractais permitiu que surgisse nos alunos, de forma gradativa, a confiança em seus próprios conhecimentos matemáticos.
E10	Eleutério, A. P.	Para o desenvolvimento desta proposta constatou-se que é necessário maior tempo de intervenção junto ao conceito de dimensão e apropriação algébrica para estabelecer relações na tabela. Outro fator que dificultou o entendimento do cálculo da dimensão fractal neste nível de ensino é o fato de não conhecerem funções logarítmicas.
E12	Rezende, V. <i>et al.</i>	As análises dos registros mostraram que a implementação das tarefas possibilitou aos alunos: o estudo de diversos elementos matemáticos tais como: áreas e perímetros de quadrados e triângulos, teorema de Pitágoras, ângulos, congruência de triângulos, frações, potências, números decimais entre outros; as construções figurais da Árvore Pitagórica por meio de diferentes representações e a visualização das principais características de um fractal, bem como a compreensão de seu processo de construção.

Fonte: Elaborado pela autora (2022).

O objetivo da questão **Q4** busca elencar as principais teorias pedagógicas que fundamentam o trabalho dos autores. Os estudos de tais teorias serão apresentados no quadro 7.

Quadro 7: Teorias pedagógicas utilizadas

Q4: Quais teorias pedagógicas estão sendo utilizadas?		
ID	Teoria Pedagógica	Descrição
E2	Aprendizagem Centrada na Pessoa (Carl Rogers)	O professor passa a ser considerado um facilitador da aprendizagem, não mais aquele que transmite conhecimento, e sim aquele que auxilia os educandos a aprender a viver como indivíduos em processo de transformação. O educando é instado a buscar o seu próprio conhecimento, consciente de sua constante transformação.
E7	Sociointeracionismo (Vygotsky)	O indivíduo aprende e desenvolve-se a partir das suas interações com o outro. Ou seja, o desenvolvimento psíquico ocorre do plano interpsicológico – referente à interação com o outro – para o plano intrapsicológico – na mente do indivíduo.
E6, E8	Não foi possível identificar a teoria pedagógica neste artigo.	-
E3, E13	Construcionismo (Papert)	A partir do mínimo de ensino, ter o objetivo de produzir a maior aprendizagem: “É construído sobre a suposição de que as crianças farão melhor descobrindo por si mesmas o conhecimento específico de que precisam” (PAPERT, 2001).
E1, E9, E10	Construtivismo (Piaget)	Propõe que o aluno participe ativamente do próprio aprendizado, mediante a experimentação, a pesquisa em grupo, o estímulo à dúvida e o desenvolvimento do raciocínio, entre outros procedimentos.
E11	Teoria dos Três Momentos Pedagógicos de Delizoicov e Angotti	Problematização inicial, Organização do conhecimento e aplicação do conhecimento.
E12	Teoria dos registros de representação semiótica (Raymond Duval)	Defende que os registros externos formam um meio de proporcionar a construção da aprendizagem.
E5	Teoria de Van Hiele	O modelo sugere que os alunos progridam segundo uma sequência de níveis de compreensão de conceitos, enquanto eles aprendem geometria.

Fonte: Elaborado pela autora (2022) baseado em Dantas (2019).

No quadro 8, estão assinalados de maneira consolidada os conteúdos matemáticos citados de forma explícita pelos autores em seus estudos, relacionados com o estudo da Geometria Fractal. Pode-se observar que o tipo de fractal mais utilizado é o triângulo de Sierpinski com 4 ocorrências, seguido do conjunto de Cantor com 3. O floco de neve de Koch, árvore bifurcada fractal, árvore pitagórica e esponja

de Menger possuem pelo menos 2 ocorrências. É interessante constatar os conteúdos complementares tais como progressão geométrica com 5 ocorrências, limites com 3 ocorrências e probabilidade com 2 ocorrências. A dimensão Hausdorff e o cálculo de perímetro, área e volume fractal constaram com uma ocorrência, respectivamente.

Quadro 8: Conteúdos matemáticos explorados

Q5: Quais conhecimentos matemáticos são explorados nos estudos?														
Conteúdo	E1	E2	E3	E4	E5	E6	E7	E8	E9	E10	E11	E12	E13	Total
Razão e Proporção									X					1
Sequências		X												1
Teoria de Conjuntos								X						1
Progressão Aritmética		X												1
Intervalos								X						1
Progressão Geométrica	X	X		X			X	X						5
Geometria Euclidiana	X				X				X			X		4
Trigonometria	X													1
Logaritmos	X													1
Limites	X	X		X										3
Números e funções	X	X												2
Medidas	X													1
Análise de Dados	X													1
Probabilidade		X									X			2
Triângulo de Sierpinski		X	X								X		X	4
Conjunto de Cantor							X	X		X				3
Tapete de Sierpinski		X						X						2
Floco de Neve de Koch		X	X											2
Árvore Bifurcada Fractal		X											X	2
Árvore Simétrica de Pitágoras			X									X		2

Esponja de Menger 2D e 3D								X			X				2
Dimensão de Hausdorff										X					1
Perímetro, área, volume fractal						X			X		X		X		4

Fonte: Elaborado pela autora (2022).

O mapeamento quanto ao público alvo nos estudos é apresentado no quadro 9. Pode-se identificar diretamente no quadro que 4 trabalhos versaram sobre a aplicação tanto no Ensino Fundamental II quanto nos três anos do Ensino Médio.

Quadro 9: Público alvo

Q6: Qual o público alvo dos estudos?				
ID	Ensino Fundamental	Ensino Médio		
		1º ano	2º ano	3º ano
E1	X			X
E2, E8, E11		X	X	X
E3, E6, E9, E13	X	X	X	X
E4, E7		X		
E5, E10	X			
E12				X

Fonte: Elaborado pela autora (2022).

Como derivação do que foi apresentado em **Q5**, relacionado especificamente ao método abordado nos estudos selecionados, no quadro 10 pode-se identificar que em 8 (61%) deles se identificaram a aplicação de oficinas tanto teóricas quanto práticas, enquanto em 5 (39%) houve apenas proposições de oficinas, porém não foram implementadas.

Quadro 10: Quanto aos métodos utilizados no estudo

Q7: Que métodos foram adotados nos estudos para a promoção do tema junto aos alunos?	
Estudos	Tipo de trabalho
E1, E4, E5, E7, E8, E9, E10, E12	Oficinas teóricas e práticas
E2, E3, E6, E11, E13	Proposição de oficinas práticas não implementadas

Fonte: Elaborado pela autora (2022).

Por fim, no quadro 11, da mesma forma, detalha-se a partir da questão **Q2** as técnicas e tecnologias utilizadas nos estudos, representada pela questão **Q8**.

Destaca-se neste detalhamento o uso de diversos materiais, além do software GeoGebra.

Quadro 11: Quanto aos métodos utilizados no estudo.

Q8: Quais técnicas/tecnologias foram utilizadas na promoção do tema junto aos alunos?	
Estudos	Técnicas/Tecnologias utilizadas
E1, E11, E12	Réguas e compasso
E1, E9, E12	Materiais manipuláveis
E11	Origami
E1, E4	Cartões
E1, E9, E10	Bricolagem
E3, E5, E7, E12, E13	Software (GeoGebra)
E5	Fotografia

Fonte: Elaborado pela autora (2022).

2.2 Análise e discussão dos resultados da RSL

Em busca de um maior nível de análise das questões propostas, na questão Q1 que versava sobre os objetivos de cada estudo, foi possível identificar nos trabalhos E1, E2, E3, E4, E5, E9 a proposta da utilização da Geometria Fractal como agente motivador no ensino de áreas e perímetros, aliado ao uso das tecnologias. Em E6, os autores fazem uma reflexão sobre os aspectos gerais dos fractais e sua alta aplicabilidade no mundo digital e tecnológico. No estudo E7, apresenta-se uma proposta de atividades para o ensino das progressões geométricas, por meio da construção de fractais no software GeoGebra. Em E8, exhibe-se as propriedades do conjunto de Cantor, além de apresentar o próprio fractal. Em E13, são apresentados dois objetos de destaque da Geometria Fractal: as árvores bifurcadas e o triângulo de Sierpinski. De maneira mais aprofundada quanto ao conteúdo, no estudo E10 é apresentada uma proposta de estudo da principal característica de um fractal: sua dimensão; em E11 um trabalho com probabilidade geométrica por meio da Geometria Fractal; e, por fim, em E12, relata-se um estudo sobre o uso de diferentes registros de representação semiótica aliados à Geometria Fractal.

Em relação à descrição metodológica (questão Q2) relacionando-se com os métodos da questão Q7 e as técnicas e tecnologias na questão Q8, 8 de 13 estudos desenvolveu oficinas no turno ou contraturno do aluno (61%), utilizando o software GeoGebra em cinco deles (E3, E5, E7, E12, E13). Também é possível identificar em

alguns projetos o uso de materiais manipuláveis e também de bricolagem. É interessante verificar também que **E11** tratou de uma proposta para uso com questões do ENEM e também o uso de fotografias em **E5**.

Quanto aos resultados obtidos, conforme **Q3**, os estudos mencionam diversas situações. Os trabalhos **E2**, **E3**, **E6**, **E11** e **E13** não apresentam resultados, pois os mesmos se configuraram em propostas de trabalho. Em **E1**, os resultados apontam que a atividade possibilitou ao aluno contemplar o belo e descobrir a harmonia existente nestas figuras, sem deixar de formalizar o seu conhecimento. Já em **E4**, **E7**, **E9** e **E12**, observou-se a aprendizagem significativa dos conceitos sendo possibilitada pelo uso da ferramenta tecnológica que esteve aliada aos conteúdos, despertando o interesse e motivando os alunos. No estudo **E5**, os resultados da pesquisa mostraram a eficiência, tanto da teoria de Van Hiele, quanto do uso do software GeoGebra, na compreensão de propriedades das duas geometrias, Geometria Fractal e Geometria Euclidiana; em particular, sobre o teorema de Pitágoras, a fim de melhor compreensão do mundo em que vivem. Ainda no **E8**, utilizou-se uma linguagem acessível aos alunos do Ensino Básico onde, além do uso do conjunto de Cantor, foram desenvolvidas atividades envolvendo outros fractais tais como o tapete de Sierpinski e a esponja de Menger.

No trabalho **E10**, foi relatado que é necessário maior tempo de intervenção junto ao conceito de dimensão e apropriação algébrica para estabelecer relações na tabela. Outro fator que dificultou o entendimento do cálculo da dimensão fractal neste nível de ensino foi o não conhecimento de funções logarítmicas.

A questão **Q4**, esteve relacionada com as teorias pedagógicas nas quais os trabalhos estavam fundamentados. Desse modo, identificou-se no estudo **E3** e **E13**, a base proporcionada pelo Construcionismo de Papert e no estudo **E2**, a teoria da aprendizagem centrada na pessoa de Carl Rogers. Em **E7**, identifica-se a fundamentação no socioconstrutivismo de Vygotsky. Em relação a **E1**, **E9** e **E10**, a pesquisa segue o Construtivismo de Piaget. Em **E5**, **E11** e **E12**, identifica-se outras teorias, sendo elas respectivamente a teoria de Van Hiele, a teoria dos três momentos pedagógicos de Delizoicov e Angotti; e a teoria dos registros de representação semiótica de Raymond Duval. Por fim, em relação aos estudos **E6**, **E8**, não foi possível identificar alguma teoria pedagógica.

Na questão **Q5**, as áreas de conhecimento matemático que são aproveitadas nas atividades de Geometria Fractal, encontram-se no currículo escolar. Nos estudos

analisados, citam-se uma série de conteúdos, particularmente da geometria euclidiana (ponto, reta, segmento, ângulos, polígonos, regiões poligonais, quadrado, triângulo, círculo, circunferência, interseção, reflexão, simetria, comprimento, perímetro, área, teorema de Pitágoras) além de outros conteúdos como números racionais e reais, intervalos, progressão geométrica, teoria de conjuntos, logaritmos, funções, noções de limites, trigonometria e medidas e análise de dados. Pode-se concluir também que os fractais mais abordados são o triângulo de Sierpinski e o conjunto de Cantor.

A questão **Q6** relatou sobre o público alvo envolvido nos estudos. Todos os trabalhos apresentam público de todos os níveis de escolarização que são alvo desta RSL (Ensino Fundamental II, Ensino Médio e EJA). Em 4 estudos (**E3**, **E6**, **E9** e **E13**) observou-se a abordagem tanto na Educação Fundamental II quanto nos três anos do Ensino Médio. Em **E4** e **E7**, o foco foi somente no 1º ano e em **E12** no 3º ano do Ensino Médio.

2.3 Considerações da RSL

Esta revisão sistemática de literatura teve o objetivo de mostrar um panorama das pesquisas relacionadas com a aplicação de conteúdos de Geometria Fractal no Ensino Básico, nos anos de 2018 a 2021. Sua elaboração permitiu uma análise detalhada em 13 estudos sobre vários aspectos, desde os objetivos dos estudos selecionados, metodologia, resultados alcançados e teorias pedagógicas, além dos conteúdos matemáticos que foram trabalhados com o tema chave. É interessante notar que todos os trabalhos obtidos estiveram relacionados a dissertações de mestrado e artigos publicados em revistas científicas, não sendo encontrada nenhuma tese de doutorado.

Pode-se identificar nos resultados obtidos pelos estudos que o uso da Geometria Fractal cumpriu seu papel, no que tange a explorar o relacionamento com a Geometria Euclidiana e vários outros conteúdos matemáticos. Os fractais permitiram alcançar um nível de motivação maior por parte dos alunos, indo além da percepção estética, ainda que alguns estudos tenham mencionado um tempo de intervenção maior para aprendizado de conceitos mais profundos como o de dimensão fractal, e a falta de alguma base matemática, dependendo do nível e do ano em que o aluno estivesse.

Entretanto, nota-se também que, apesar do uso de vários conteúdos matemáticos para explicar o conceito central de Geometria Fractal, poucos estudos, apenas dois apresentaram um relacionamento com as competências e habilidades matemáticas previstas pela BNCC, o que talvez fosse interessante para rastrear possíveis lacunas de conhecimento a serem necessárias para a aplicação da Geometria Fractal nos anos considerados. A partir de um estudo específico, é possível vislumbrar a exploração dos temas relacionados com o ENEM.

Transpareceu nesta revisão a preocupação de alguns autores analisados como Rezende(2018), Leivas(2018) e Wanderley(2021), em fundamentar os trabalhos em alguma teoria pedagógica. Além das teorias mais tradicionais como o Construtivismo e o Sociointeracionismo, também verificou-se o uso de teorias como o Construcionismo, geralmente ligado a trabalhos de pensamento computacional, além da teoria da aprendizagem centrada na pessoa de Rogers e a teoria dos registros de representação semiótica de Duval.

No aspecto metodológico, identificou-se que a maior parte dos estudos empreendeu o desenvolvimento de oficinas, enquanto que alguns definiram apenas propostas. Pode-se identificar uma lacuna quanto ao uso de outras metodologias tais como a aprendizagem baseada em projetos, ou mesmo a abertura para atividades de gamificação e aplicação de jogos envolvendo fractais.

Os fractais mais utilizados, encontrados nos estudos abordados, demonstram uma opção pela simplicidade de apresentação do conceito e facilidade de desenvolvimento com os alunos tais como o conjunto de Cantor e o triângulo de Sierpinski. Entretanto, outros tipos de fractais de construção simples também podem ser trabalhados, como por exemplo a curva de Peano e a curva de Hilbert.

Por fim, com relação às tecnologias utilizadas, observa-se uma predominância do software GeoGebra e o uso de materiais manipuláveis, além de materiais de bricolagem. No entanto, existe espaço para a exploração de outras tecnologias digitais, como o uso de aplicativos sobre fractais na internet, programação, utilizando Scratch e a construção de fractais em ambientes lúdicos.

3 A BELEZA DOS FRACTAIS

3.1 O que é um fractal?

A Geometria Fractal, pode se dizer que é um dos ramos mais jovens da Geometria, tendo um pouco mais que um século e meio, sendo catalogada por alguns cientistas no início do século XX, quando o que hoje recebe o nome de Fractal, neste período foram denominados de “monstros”, por não terem a “forma definida” de acordo com os padrões da Geometria Euclidiana e avaliaram (equivocadamente) que tais figuras não tinham valor científico.

Um fractal refere-se a uma estrutura onde um padrão aparece repetidamente, a partir de uma grande escala até pequenas escalas, em que aparecem novamente os padrões iniciais ou semelhantes. Ainda que os fractais comecem com equações, eles são mais bem considerados como figuras geométricas. Existe uma diversidade de formas na natureza que apresentam comportamento quase fractal, desde flocos de neve, árvores, galáxias e ramificações de vasos sanguíneos (ROONEY, 2012).

Os fractais constituem um grupo de objeto com características especiais. As formas fractais permitem a adoção de uma geometria na qual é possível conceber dimensões fracionárias, estando entre as dimensões inteiras presentes nos objetos da geometria euclidiana.

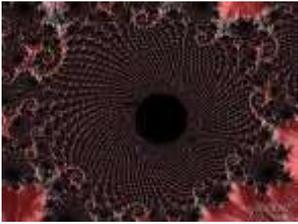
3.2 Propriedades dos fractais

3.2.1 O conceito de fractal e tipos de fractais

No ano de 1982, no livro *The fractal geometry of nature*, Mandelbrot introduz as noções de auto similaridade e de comportamento de escalamento e a dimensão fractal, características de um objeto ou uma distribuição irregular que determinam um fractal.

Três principais propriedades caracterizam um fractal: a autossimilaridade, a complexidade infinita e sua dimensão. De acordo com Eleutério (2021) vamos organizar um quadro para representar tais características e incluindo também a iteração infinita.

Quadro 12: Característica de um fractal

Propriedades que caracterizam um fractal			
Autossimilaridade	<i>Autossimilaridade exata</i>	A parte apresenta exatamente as mesmas formas da região total.	 Fonte: Panda ²
	<i>Quase autossimilaridade:</i>	O fractal apresenta semelhança com processos anteriores, mas não conserva as mesmas proporções de transformações em todas as suas dimensões ou coordenadas.	 Fonte: lyloview ³
	<i>Autossimilaridade estatística</i>	O fractal apresenta medidas ou estatísticas preservadas ao ocorrer da mudança de escala.	
Complexidade infinita	Geração de uma figura pelo processo recursivo, lei de formação simples, após várias interações, originam outras de estruturas infinitamente complexas.		
Dimensão	Está relacionado com a estrutura de ocupação do espaço e as irregularidades de uma forma e difere do conceito de dimensão euclidiana (número inteiro), sendo no fractal, representa por um número racional.		

Fonte: Elaborado pela autora (2022) com base em Eleutério (2021, p. 13).

3.3 Geometria fractal no dia-a-dia

No nosso cotidiano, podemos nos deparar com a Geometria Fractal em elementos da natureza, construções civis e até mesmo na constituição do nosso corpo. A seguir apresentam alguns exemplos que ilustram essas evidências.

² Disponível em: https://panda.ime.usp.br/panda/static/pythonds_pt/04-Recursao/07-sierpinski.html. Acesso em: 20 jul. 2022.

³ Disponível em: <https://myloview.com.br/adesivo-fractal-um-padrao-sem-fim-projeto-gerado-por-computador-abstrato-no-90EA185>. Acesso em: 20 jul. 2022.

Figura 1 - Dente de leão



Fonte: PNGWing⁴

Na família dos vegetais podemos ver a autossimilaridade nos brócolis romanescos. Se ampliarmos uma parte do vegetal, é como se observássemos o vegetal como um todo.

Figura 2 - Brócolis romanesco



Fonte: Escola Educação⁵

De acordo com Suleiman (2019, p. 14) os fractais naturais, pertencem ao grupo dos fractais aleatórios e estão associados a Teoria do Caos e a imagens computacionais, com autossimilaridade estatística.

No corpo humano é possível identificar a presença dos fractais nos alvéolos pulmonares, nas conexões neuronais e, conforme apresentado a seguir, nos vasos capilares sanguíneos.

⁴ Disponível em: <https://www.pngwing.com/pt/free-png-vfvjb>. Acesso em: 20 jul. 2022.

⁵ Disponível em: <https://escolaeducacao.com.br/fractais/>. Acesso em: 20 jul. 2022.

Figura 3 - Vasos sanguíneos



Fonte: Escola Educacao⁶

3.3.1 Fractais e suas aplicabilidades na atualidade

A geometria fractal está presente nos mais diversos contextos humanos. Segundo Aguilar, Silva e Romanini (2019) podemos identificar a presença dos fractais em

[...] medição da densidade de minerais e evolução das rochas, na biologia para análise de corais, fungos, como também na utilização da equação não linear $x_{n+1}=kx_n(1-x_n)$, que descreve o comportamento populacional de vários tipos de animais, na fabricação de antenas com funcionamento otimizado, na indústria com a detecção automática de falhas em produtos têxteis, na economia para estudos de fenômenos como a oscilação da bolsa de valores e o índice de preços e na medicina com estudo de células cancerígenas e realização dos métodos de diagnóstico quantitativos de patologias. Ainda na medicina, alguns estudos revelaram que um coração saudável bate a um ritmo fractal, já um batimento cardíaco quase periódico é um sintoma de insuficiência cardíaca. (AGUILAR; SILVA; ROMANINI, 2019, p. 53).

3.3.1.1 Fractais na Fabricação de Antenas

A presença dos fractais em diferentes contextos, evidenciam a importância do conhecimento dos conceitos matemáticos, envolvidos nessa jovem ciência matemática.

⁶ Disponível em: <https://escolaeducacao.com.br/fractais/>. Acesso em: 26 jul. 2022.

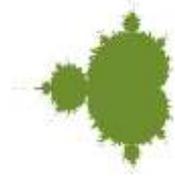
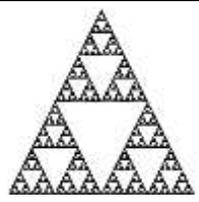
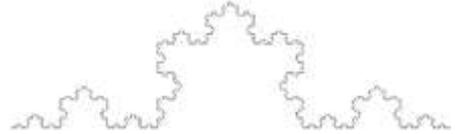
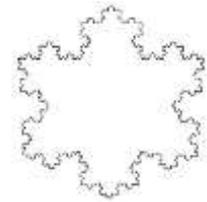
Com o avanço tecnológico a Geometria Fractal passou a se destacar tornando-se muito importante para certos segmentos da comunidade científica e comercial, pois através dela é possível fazer estudos precisos em diversas ciências e campos do conhecimento. (AGUILAR; SILVA; ROMANINI, 2019, p. 2).

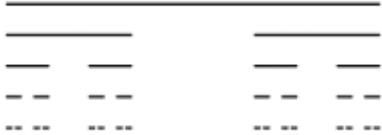
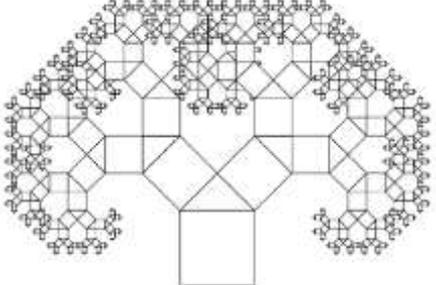
O desenvolvimento acelerado dos dispositivos eletrônicos, tem sido possível graças a confecção de produtos cada vez mais compactos, portáteis e leves para o desenvolvimento do produto Antena de Microfitas, um dos caminhos encontrados baseia-se na geometria fractal.

3.4 Principais fractais clássicos

Existe uma diversidade de formas na natureza que apresentam comportamento quase fractal, desde flocos de neve, árvores, galáxias e ramificações de vasos sanguíneos (ROONEY, 2012). No quadro 14, estão descritos alguns exemplos de fractais de interesse deste trabalho.

Quadro 13: Tipos de fractais

Nome	Descrição	Fractal
Fractal de Mandelbrot	Gerado a partir da iteração de uma função quadrática com valores próximos de zero. Do fractal de Mandelbrot podem ser derivados os fractais denominados conjuntos de Julia.	
Triângulo de Sierpinski	Obtido removendo repetidamente (de forma invertida) triângulos equiláteros de um triângulo equilátero inicial, de comprimento de lado unitário.	
Curva de Koch	Em cada estágio, o terço médio de cada intervalo é substituído pelos outros dois lados formando um triângulo equilátero.	
Floco de Neve (Koch)	Ciclo fechado, formado a partir da união de três curvas de Koch.	

Conjunto de Cantor	Fractal unidimensional construído a partir da remoção repetida do terço médio dos intervalos.	
Árvore bifurcada	O ramo inicial se divide em dois ramos, separados por ângulos iguais em relação ao ramo inicial, repetido de forma sucessiva para cada ramo criado.	
Árvore de Pitágoras	A construção tem por base as triplas pitagóricas, sendo geradas a partir de uma tripla específica, aumentando por um valor fixo determinado indefinidamente.	

Fonte: Elaborado pela autora (2022) com base em Mandelbrot (1983), Falconer (2003), Taylor (2007) e Teia (2016).

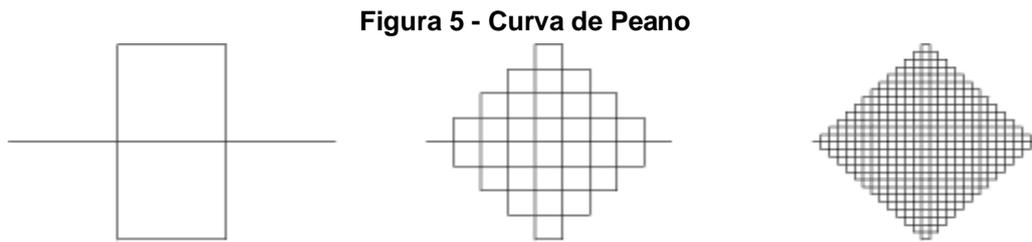
As formas fractais permitem a adoção de uma geometria na qual é possível conceber dimensões fracionárias, estando entre as dimensões inteiras presentes nos objetos da geometria euclidiana.

A seguir estaremos apresentando os Fractais Clássicos, sua origem e localização na história.

3.5 Conjunto de Cantor

O “Conjunto de Cantor” também conhecido popularmente como “Polvo de Cantor” ou “Poeira de Cantor”, recebeu esse nome em homenagem ao seu descobridor Georg Cantor (1845-1918). Embora não apresente uma beleza que chame atenção, ele é uma peça importante para o estudo dessa Geometria.

Com base nas descrições apresentadas por Barbosa (2005), para construir o Conjunto de Cantor considere inicialmente um segmento de reta $(0,1)$ (Figura 1A). Divida o segmento em três partes iguais e retire a central. Assim, a figura central se resume a dois novos segmentos (Figura 1B). Repetindo a construção (Figura 1B), assim, sucessivamente e indefinidamente.



Fonte: Janos (2008).

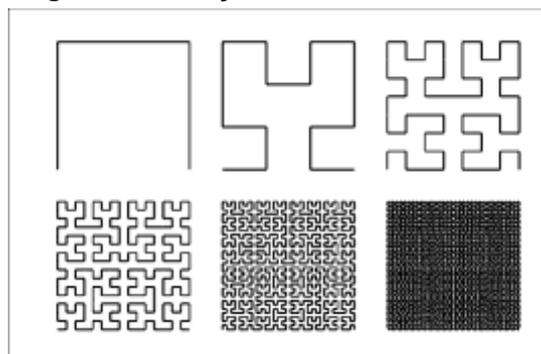
Para calcular o comprimento da curva de Peano, parte-se do comprimento em nível zero, um segmento de medida unitária. Após o primeiro nível, o comprimento será dado pela soma das medidas de nove segmentos, ou seja, $9 \cdot \frac{1}{3} = 3$. No segundo nível, cada um dos nove segmentos transforma-se em outros nove segmentos e então, o comprimento será $81 \cdot \frac{1}{9} = 9 = 3^2$. No terceiro nível haverá 729 segmentos de medida $\frac{1}{27}$ e o comprimento será $729 \cdot \frac{1}{27} = 27 = 3^3$.

O processo repete-se em infinitos níveis. Resumidamente, o comprimento da curva de Peano é dado pela potência de 3, com expoentes iguais a ordem de iteração, aproximando-se ao infinito ao passo que n tende ao infinito.

3.7 Curva de Hilbert

Em 1892, David Hilbert fez uma variação nessa curva é conhecida como curva de Hilbert, também com a propriedade de “encher” o plano sem intersecção.

Figura 6 - Iterações da Curva de Hilbert



Fonte: Researchgate⁷

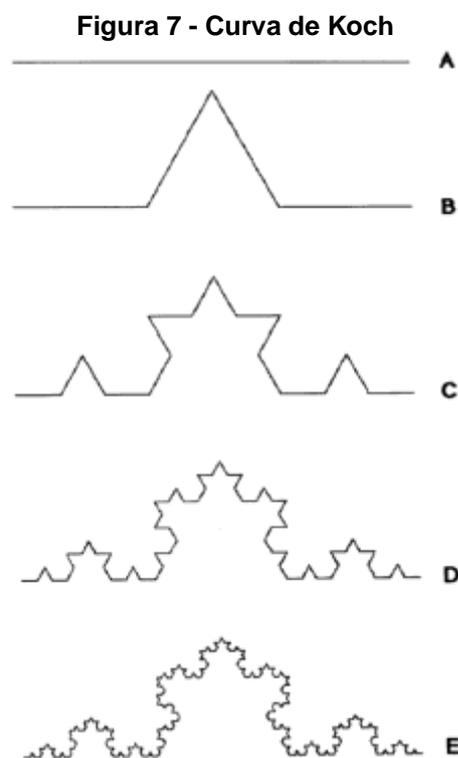
Segundo Barbosa (2005) a Curva de Hilbert nos permite verificar a autossimilaridade de maneira simples em qualquer dos estágios, onde a curva é semelhante à curva total reduzida de fator igual a uma potência de $\frac{1}{4}$.

⁷ Disponível em: https://www.researchgate.net/figure/Figura-32-Construcao-da-curva-de-Hilbert-por-iteracoes_fig14_306292138. Acesso em: 26 jul. 2022.

3.8 A Curva de Koch

Niels Fabian Helge Von Koch (1870–1924) foi um matemático polonês, que entre os anos de 1904 e 1906 introduziu a curva que hoje recebe seu nome: a Curva de Koch, um dos primeiros Fractais a ser definido.

A Curva de Koch possui características marcantes por ser uma curva sem tangente e também pode ser decomposta a partir de processos análogos aos anteriores.



Fonte: Research Gate⁸

A sequência (1,4, 16, 64...) é uma Progressão Geométrica (PG) de razão 4, onde para saber a quantidade de segmentos que o fractal Curva de Koch terá em n iteração (nível n) é preciso apenas aplicar a fórmula do termo geral da PG: $a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$.

⁸ Disponível em: https://www.researchgate.net/figure/Figura-22-Formacao-da-Curva-de-Koch_fig2_339613517. Acesso em: 26 jul. 2022.

Tabela 2: Progressão Geométrica

Iterações	Quantidade de segmentos
Nível 0	1
Nível 1	4
Nível 2	16
Nível 3	64
...	...

Fonte: Elaborado pela autora (2022).

No nível inicial, temos um segmento de reta, no nível seguinte, 4 segmentos, com uma medida igual a $1/3$ da medida do segmento inicial. Logo, o número de peças é 4 e o fator de aumento é 3. Sendo assim: $4=3d$

Aplicando a propriedade de logaritmo de uma potência, obtemos: $\log_4=\log_3 d \Rightarrow \log_4=d \cdot \log_3 \Rightarrow d=\log_4 \log_3 \Rightarrow d \cong 1,3$

Portanto a dimensão da Curva de Koch é uma dimensão não inteira, aproximadamente, 1,3.

Ao observar a Curva de Koch, percebe-se que é bastante simples, assemelha a uma linha costeira, possivelmente, tenha sido ela a inspiração para Mandelbrot para sua escrita sobre a medida de uma linha costeira. A partir da divisão de um segmento em três partes iguais, retira-se o segmento central, constrói-se um triângulo equilátero, com a mesma medida do segmento retirado constrói-se um triângulo equilátero, sem a base, de acordo com o apresentado na figura 8. Desta forma, na primeira iteração, tem-se quatro segmentos congruentes. Repete-se a sequência anterior, iterativa e sucessiva vezes, a partir de cada um destes segmentos. Assim, a curva de Koch é uma curva obtida a partir de cópias de segmentos gerados no nível anterior. A construção resulta em autossemelhança, com escala de redução dada por uma potência de $1/3$ e o comprimento total da curva após n níveis é dado por $C = (4/3)^n \cdot m$.

De acordo com Eleutério (2021), estabelece a quantidade de segmentos (N_n) em cada iteração (I_n), o comprimento dos segmentos resultantes (C_n) e o Comprimento da curva (S_n), a qual será a soma dos comprimentos obtidos após cada iteração. Onde nos permite observar muitas iterações, o comprimento de cada segmento se aproxima de zero, mas a curva aumenta em extensão. Desta maneira Koch propõe uma curva cujo comprimento é infinito, ainda que tende a zero o comprimento de cada segmento.

Quadro 14: Padrões e regularidades na Curva de Koch

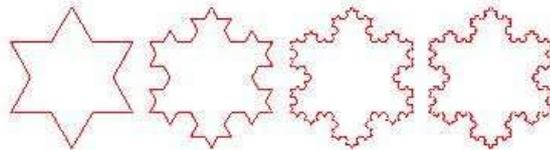
Iteração (I_n)	Número de segmentos (N_n)	Comprimento do segmento (C_n)	Comprimento da Curva (S_n)
I_0	$N_0 = 1$	$C_0 = m$	$S_0 = m$
I_1	$N_1 = 4$	$C_1 = \frac{m}{3}$	$S_1 = 4 \cdot \left(\frac{m}{3}\right) = \left(\frac{4}{3}\right) \cdot m$
I_2	$N_2 = 4 \cdot 4 = 4^2$	$C_2 = \frac{m}{9}$	$S_2 = 16 \cdot \left(\frac{m}{9}\right) = \left(\frac{4}{3}\right)^2 \cdot m$
I_3	$N_3 = 16 \cdot 4 = 4^3$	$C_3 = \frac{m}{27}$	$S_3 = 64 \cdot \left(\frac{m}{27}\right) = \left(\frac{4}{3}\right)^3 \cdot m$
\vdots	\vdots	\vdots	\vdots
I_n	$N_n = 4^n$	$C_n = \frac{m}{3^n}$	$S_n = 4^n \cdot \left(\frac{m}{3^n}\right) = \left(\frac{4}{3}\right)^n \cdot m$

Fonte: Eleutério (2022).

3.8.1 O Floco de Neve de Koch

A seguir apresentaremos o Floco de Neve de Koch.

Figura 8 - Construção do Floco de Neve



Fonte: <http://www.dma.fi.upm.es/>

Observando a Figura 09, podemos verificar que o fractal é construído a partir de um triângulo equilátero, em que todos os segmentos são divididos em 3 partes congruentes; sendo substituído o segmento intermediário por um triângulo equilátero sem a base. Assim, os três segmentos são transformados em quatro segmentos, ficando, assim, com quatro segmentos em cada lado do triângulo. Ao final da primeira iteração será obtido $3 \times 4 = 12$ segmentos ao todo.

Na segunda iteração, para cada um dos doze segmentos, estes serão novamente divididos em três partes iguais. A parte central será substituída por um triângulo equilátero sem um dos lados, como no passo anterior, obtendo assim quatro segmentos em cada lado. Nesse estágio será obtido no total $(3 \times 4) \times 4 = 48$ segmentos.

Na terceira iteração os 48 segmentos obtidos anteriormente, darão origem a $((3 \times 4) \times 4) \times 4 = 3 \times 4^3 = 192$ segmentos na sua fronteira. O processo será repetido infinitamente. Observando a sequência dos segmentos em cada iteração, o número de segmentos do fractal para o nível n , será: $S_n = 3 \cdot 4^n$.

3.8.2 Perímetros na Ilha de Koch (Floco de Neve)

No triângulo equilátero inicial, seja c o comprimento do lado. Na segunda iteração cada lado do triângulo apresentará 4 segmentos, pois cada lado foi dividido em três segmentos congruentes. No segmento intermediário será construído um triângulo equilátero sem uma das partes. Então cada segmento terá comprimento $c \cdot 1/3$

Quadro 15: Número de segmentos e perímetro Floco de Neve

Iteração	Nº de segmentos na iteração (S_n)	Medida de cada segmento	Perímetro total do Floco de Neve
0	3	c	$3 \cdot c$
1	$3 \cdot 4$	$c \cdot \left(\frac{1}{3}\right)$	$3 \cdot c \cdot \left(\frac{4}{3}\right)$
2	$3 \cdot 4^2$	$c \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^2$	$3 \cdot c \cdot \left(\frac{4}{3}\right)^2$
3	$3 \cdot 4^3$	$c \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^3$	$3 \cdot c \cdot \left(\frac{4}{3}\right)^3$
⋮	⋮	⋮	⋮
n	$3 \cdot 4^n$	$c \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^n$	$3 \cdot c \cdot \left(\frac{4}{3}\right)^n$

Fonte: Elaborado pela autora (2022).

Como $1/3 < 1$, a medida de cada segmento será menor, conforme o processo iterativo avança. Portanto, a medida de cada segmento tenderá a zero. Temos que, na construção do floco de neve de Koch, a cada iteração, são adicionados triângulos equiláteros que cujas arestas têm uma relação de proporção com o comprimento l da aresta do triângulo original, é claro que a área A do triângulo inicial é dada por $A = \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot l^2$.

Quadro 16: Informações da curva do floco de neve de Koch

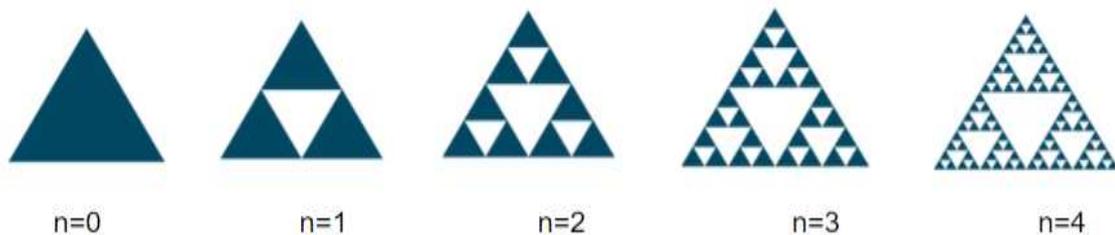
Informações da curva do floco de neve de Koch em cada passo				
	Quantidade de lados	Comprimento do lado	Comprimento da curva	Área de cada triângulo
1º Passo	$3 \times 4^1 = 12$	$\frac{1}{3} \times l = \frac{l}{3}$	$3 \times 4 \times \frac{l}{3} = 4 \cdot l$	$\frac{\sqrt{3} \cdot l^2}{4} \times \frac{1}{9}$
2º Passo	$3 \times 4^2 = 48$	$\frac{l}{9} \times l = \frac{l}{3^2}$	$3 \times 4^2 \times \frac{l}{9} = \frac{4^2}{3} \cdot l$	$\frac{\sqrt{3} \cdot l^2}{4} \times \left(\frac{1}{9}\right)^2$
3º Passo	$3 \times 4^3 = 192$	$\frac{l}{27} \times l = \frac{l}{3^3}$	$3 \times 4^3 \times \frac{l}{27} = \frac{4^3}{3^2} \cdot l$	$\frac{\sqrt{3} \cdot l^2}{4} \times \left(\frac{1}{9}\right)^3$
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
nº Passo	3×4^n	$\frac{l}{3^n}$	$\frac{4^n}{3^{n-1}} \cdot l$	$\frac{\sqrt{3} \cdot l^2}{4} \times \left(\frac{1}{9}\right)^n$

Fonte: Silva (2020, p. 40).

3.9 Construção do Triângulo de Sierpinski

O Triângulo de Sierpinski foi descrito em 1915 por Waclaw Sierpinski (1882–1969), e o processo de construção se dá como limite de um processo iterativo. De acordo com Barbosa (2005), para obtermos esse fractal podemos seguir as etapas de construção a seguir: Primeiro: considerar inicialmente um triângulo equilátero; segundo: marcar os segmentos que unem os pontos médios dos lados do triângulo, formando 4 triângulos equiláteros; e assim sucessivamente, a cada iteração.

Figura 9 - Iterações no Triângulo de Sierpinski



Fonte: <https://www2.ufjf.br/fractalize/2021/05/22/triangulo-de-sierpinski/>

No Triângulo de Sierpinski, o triângulo do Nível 0 de lado medindo 1, foi substituído por três triângulos no Nível 1 de lado medindo $1/2$. Ou seja, $K = 3$ e $n = 1/2$.

A dimensão do Triângulo de Sierpinski pode ser definido por:

$$D(S) = \ln(K)$$

$$\ln(1/n) \Rightarrow D(S) = \ln(3)$$

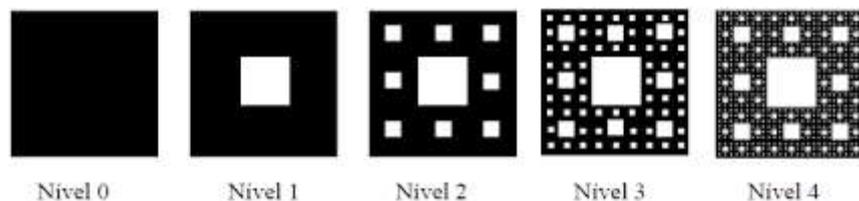
$$\ln(1/(1/2)) \Rightarrow D(S) = \ln(3)$$

$$\ln(2) \Rightarrow D(S) \approx 1,58.$$

3.10 O Tapete de Sierpinski

De acordo com Barbosa (2005), pode-se utilizar a mesma técnica de remoção da construção do Triângulo de Sierpinski para se obter o Tapete de Sierpinski.

Figura 10 – Tapete de Sierpinski em seus primeiros níveis



Fonte: Mendonça (2016).

3.11 Esponja de Menger

Karl Menger, nascido em 1902, Viena, matemático austríaco que teve várias contribuições nas áreas de Álgebra e Geometria Hiperbólica.

Em 1924, Menger apresentou sua tese de doutorado na área de Topologia sobre dimensionalidade dos conjuntos de pontos, que recebeu o nome de Esponja de Menger, um fractal construído a partir de um cubo, constituindo-se como um exemplo clássico de um fractal em três dimensões. Podemos considerá-lo uma extensão tridimensional do tapete de Sierpinski.

Figura 11 - Iterações do Fractal Esponja de Menger



Fonte: <https://artsandculture.google.com/>

Trata-se de um fractal de remoção, a partir de um cubo. No caso em questão, de aresta medindo a , dividindo cada face do cubo em 9 quadrados de medida a^3 , de modo que se transforme em 27 cubos menores.

Em seguida, removemos o cubo do meio de cada face e o cubo central, ou seja, removemos 7 cubos, deixando apenas 20 cubos. Assim, na etapa A_0 , temos um cubo de aresta medindo a . Na etapa A_1 , vinte cubos medindo a^3 de aresta.

Na etapa A_2 , em cada um dos 20 cubos, faremos o mesmo processo, removeremos 7 cubos obtendo 202 cubos de arestas medindo a^3 .

O processo é feito até o conjunto A_n , que é obtido retirando-se o cubo central e o cubo dos lados do cubo do conjunto A_{n-1} . Temos no conjunto A_n , a quantidade de 20^n cubos, com cada aresta dos cubos resultantes medindo a^{3^n} , sendo a a medida da aresta do cubo inicial.

A esponja de Menger é um bom exemplo para mostrar a autossimilaridade, sendo que os volumes que permanecem ou que são retirados serão sempre cubos.

3.12 Conjunto de Julia

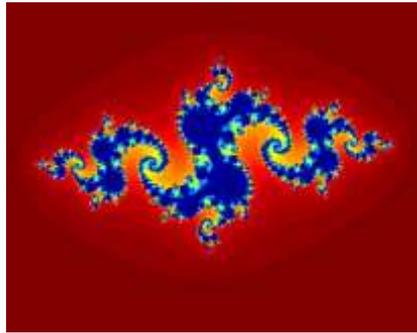
O conjunto de Julia, foi criado por Gaston Maurice Julia (1893-1978).

De acordo com Vieira (2019), nos apresenta que:

O conjunto conhecido por Conjunto de Julia foi criado pelos matemáticos Pierre Fatou e Gaston Julia em 1919. Esse conjunto, obtido por iterações no plano complexo, resultou da curiosidade de determinar o que aconteceria com um número complexo z quando a este fosse aplicado iterativamente a função $f(z) = z^2 + c$, onde c é um número complexo. Apenas com os modernos computadores foi possível visualizar a beleza dos gráficos de tais funções. (VIEIRA, 2019, p. 35).

A seguir temos a iteração utilizando programa computacional para visualizar a expressão de um conjunto criado por Julia com a seguinte lei de formação $P(z) = z^2 - 0.8 + 0.156i$.

Figura 12 - Conjunto de Julia



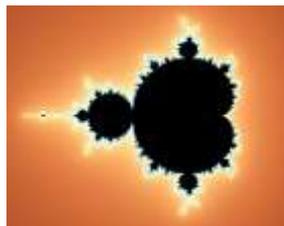
Fonte: <https://is.gd/ZAGYq2>

3.13 Conjunto de Mandelbrot

A denominação Fractal vem do latim *fractus* e significa “fragmentar, quebrar” e foi criada pelo matemático Francês Benoit B. Mandelbrot em meados de 1975, registrados em seu livro *The Fractal geometry on nature* do ano de 1982, quando seus estudos começaram a ser divulgados, num primeiro momento com a construção do que hoje conhecemos como fractais clássicos acima apresentados, como: o Conjunto de Cantor, a Curva de Hilbert, Curva de Koch, o Triângulo de Sierpinski, Esponja de Menger, Conjunto de Júlia e Conjunto de Mandelbrot. E tornaram possíveis as visualizações de tais imagens, representações gráficas, a partir do surgimento e utilização do computador. Após as definições sobre Fractais, hoje, Mandelbrot é considerado o pai da Geometria Fractal.

A representação do Conjunto de Mandelbrot é uma das mais belas imagens apresentadas por meio computacional, onde o seu autor fez a representação gráfica, a qual pode ser dividido em um conjunto infinito de figuras, sendo a maior delas uma curva cardióide localizado no centro do plano complexo. Tal representação surge a partir da iteração de fórmulas quadráticas, $z_{n+1} = z_n^2 + c$. sendo c uma constante.

Figura 13 - Conjunto de Mandelbrot



Fonte: Elaborado pela autora (2022)⁹.

⁹ Software Fraqtive

4 NOVOS TEMPOS NA EDUCAÇÃO

No atual mundo moderno, estamos cercados de todos os tipos de tecnologias, e muitas delas utilizam da Inteligência Artificial. O celular e os computadores são um bom exemplo disso, tais aparelhos fazem diversas tarefas, economiza tempo e trabalho para o homem. Na educação não pode ser diferente, esses instrumentos devem sim fazer parte do cotidiano dos alunos também dentro da sala de aula, a Educação necessita acompanhar os avanços tecnológicos e propiciar aos alunos aulas mais interativas, permitindo que essas ferramentas auxiliem os professores e os alunos, na mediação e contribuindo para a apreensão do conhecimento. Para Prensky:

Os alunos de hoje – do maternal à faculdade – representam as primeiras gerações que cresceram com esta nova tecnologia. Eles passaram a vida inteira cercados e usando computadores, vídeo games, tocadores de música digitais, câmeras de vídeo, telefones celulares, e todos os outros brinquedos e ferramentas da era digital. Em média, um aluno graduado ~~aa~~ passou menos de 5.000 horas de sua vida lendo, mas acima de 10.000 horas jogando vídeo games (sem contar as 20.000 horas assistindo à televisão). Os jogos de computadores, e-mail, a Internet, os telefones celulares e as mensagens instantâneas são partes integrais de suas vidas. (PRENSKY, 2001, p. 1).

Não é possível fugir das inovações e suas ferramentas e cabe aos integrantes do sistema de ensino se unirem e juntos contribuir para que esse cenário mude. Segundo Azevedo e Maltempi (2020), no âmbito da matemática, pode se impulsionar o processo ativo do educando,

A ideia aqui não é a de acrescentar mais uma disciplina em um já extenso currículo, isso sem falar das demandas e desafios atuais existenciais no contexto escolar. O foco está em garantir que o aluno, a partir de disciplinas como a Matemática, possa expressar ideias, construir conhecimento não fracionário, e, sim, compartilhado, valorizando novo significado de aprendizagem e impulsionando o processo ativo de aprendizagem do aluno e do professor em um processo maior de formação. (AZEVEDO; MALTEMPI, 2020, p. 4).

As instituições públicas e privadas e os órgãos que regem as mesmas devem fazer parte dessa transformação, através de políticas públicas que regularizem a necessidade dessa mudança como prioridade para a melhoria do Ensino

Aprendizagem, já aos professores, que estão diretamente em contato com os alunos cabe, a busca pelo aprender a mudar, a inovar suas metodologias, a criar um ambiente agradável e atrativo de aprendizagem, onde o aluno se torne ativo, participativo e um agente de sua aprendizagem. Bacich e Moran (2018, p. 80) afirmam que “as metodologias ativas constituem alternativas pedagógicas que colocam o foco do processo de ensino e de aprendizagem no aprendiz, envolvendo-o na aprendizagem por descoberta, investigação ou resolução de problemas”.

Com base na Base Nacional Comum Curricular (BNCC), as atuais metodologias ativas que podem contribuir para melhor engajamento dos estudantes, o principal objetivo deste modelo de ensino é incentivar os estudantes a aprenderem de forma autônoma e participativa, a partir de situações reais.

Dentre as diversas metodologias ativas existentes, estaremos descrevendo uma delas que está diretamente associada ao trabalho em análise, que é a gamificação com o destaque para o Software Scratch, a qual abordaremos a seguir.

4.1 Programação com Scratch

Com a explosão de novas tecnologias nas últimas décadas, a qual intensificou durante a pandemia Covid-19, a partir do ano de 2020

[...] a demanda por tecnologias possa ter sido impulsionada a partir da pandemia, seu surgimento se deu já na década de 1990 com o advento da popularização dos computadores pessoais e da internet e, posteriormente, dos smartphones e de toda miríade de programas de softwares disponibilizados pelo mercado. (MELO; VASCONCELOS; NETO, 2022, p. 8).

Referindo-se as tecnologias digitais e a computação para o ensino fundamental, a BNCC destaca o seguinte:

A área de Matemática, no Ensino Fundamental, centra-se na compreensão de conceitos e procedimentos em seus diferentes campos e no desenvolvimento do pensamento computacional, visando à resolução e formulação de problemas em contextos diversos. (BRASIL, 2018, p. 473).

Percebemos a necessidade de uma adequação de propostas metodológicas que venham ao encontro da realidade de nossos educando, bem como esteja alinhada

a proposta curricular em vigor. Para que haja esse movimento, é necessário uma pré-disposição dos profissionais que se encontram na linha de frente desse trabalho, os professores atuantes em sala de aula, os quais necessitam de formação continuada efetiva e apoio do suporte técnico com equipamentos disponíveis para uso, no espaço escolar.

Há várias ferramentas e possibilidades que a escola pode estar incorporando no seu currículo para alcançar melhores resultados de aprendizagem pelo estudante, dentre elas a linguagem de programação Scratch. Linguagem que foi desenvolvido em 2007 pelo Instituto de Tecnologia de Massachusetts, traz uma informação acessível, um ambiente colorido, dinâmico e não exige um conhecimento prévio elaborado para o desenvolvimento.

O software Scratch se apresenta tanto on-line quanto off-line e não tem custo para uso ou acesso. É uma boa alternativa para os que estão adentrando ao mundo da programação, pois possibilita desenvolver conceitos computacionais e matemáticos. Utilizando o Scratch é possível criar diversas animações através de blocos semelhantes ao Lego. Medeiros e Wünsch afirmam que:

Scratch é utilizada para criar projetos contendo mídias e roteiros (scripts). Imagens e sons podem ser importados ou mesmo criados em Scratch utilizando uma ferramenta de pintura embutida e um gravador de som. A programação é feita por meio do encaixe de blocos de comandos coloridos para controlar objetos gráficos bidimensionais (sprites), para movimentarem-se em um pano de fundo chamado de “palco”. Os projetos em Scratch podem ser salvos para arquivos no sistema operacional ou compartilhados na página web do Scratch. (MEDEIROS; WÜNSCH, 2019, p. 10).

Uma vez que apresenta uma linguagem simples e de fácil domínio pelos usuários, de acordo com Maloney *et al.* afirma que:

Um dos principais objetivos do Scratch é introduzir a programação para aqueles que não possuem experiência em programação. Esse objetivo impulsionou muitos aspectos do design do Scratch. Algumas das decisões de design são óbvias, como a escolha de uma linguagem de blocos visuais, o layout da interface de usuário de janela única e o conjunto mínimo de comandos. Outros são menos óbvios, como a influência do público-alvo no sistema de tipos e na abordagem do tratamento de erros. (MALONEY *et al.*, 2010, p. 3).

Utilizando o Scratch, varias competências podem ser desenvolvidas, tais como: raciocínio lógico, por meio lúdico da resolução de problemas, pensamento sistematizado a partir da programação e solução de desafios, entre outros.

Por ser uma programação de fácil domínio, não exige uma formação aprofundada, basta conectar os blocos para construir o projeto. Segundo Dantas(2019), o ambiente do Scratch é uma ferramenta acessível aos professores que desejam desenvolver a linguagem de programação, podendo ser utilizada como uma metodologia diferenciada, que vem contribuir no processo de ensino e aprendizagem.

4.2 Symour Papert e o construcionismo

Primeiramente, é necessário saber o que há de comum entre o Construcionismo de Papert e o Construtivismo de Piaget: a ideia de concretude ou pensamento concreto. Para Piaget (1971), a aprendizagem das crianças se dá em quatro estágios: sensório-motor, pré-operatório, operatório-concreto e operacional formal. Papert dá ênfase ao terceiro estágio, que, segundo Piaget (1971), abrange dos cinco aos 12 anos de idade e está relacionado à capacidade de abstrair dados da realidade; nesse estágio, “as operações ‘concretas’ recaem diretamente sobre os objetos: isto equivale a agir sobre eles [...] conferindo a essas ações [...] uma estrutura operatória, isto é, componível de maneira transitiva e reversível.” (PIAGET, 1971, p. 149). Para Papert, as práticas que envolvem a ideia de construção mental, a partir de experiências reais, não devem se restringir a essa faixa, mas permear todos os níveis escolares. Nas palavras de Papert (1994, p. 137-138):

Minha estratégia é fortalecer e perpetuar o processo concreto típico até mesmo na minha idade. Ao invés de pressionar as crianças a pensarem como adultos, poderíamos fazer melhor lembrando-nos que elas são grandes aprendedores e tentar arduamente nos tornar mais parecidos com elas.

O Construcionismo, criada por Symour Papert, cuja meta é “ensinar de forma a produzir a maior aprendizagem a partir do mínimo de ensino” (PAPERT, 1994, p. 125), que ainda na década de 60, em suas primeiras pesquisas, Papert considerou que “controlar as Tartarugas provou ser uma atividade muito atraente para crianças

retardadas, autistas e para aquelas, enfim, com uma grande variedade de ‘problemas de aprendizagem’” (PAPERT, 1985, p. 26).

O LOGO de Papert, serviu de inspiração para outros softwares educacionais, a exemplo o Scratch, um ambiente de programação LOGO, com linguagem em blocos, criado em 2004, totalmente gratuito, também criado no MIT Media Lab, pelo Grupo Lifelong Kindergarten: “Scratch é bem adequado para projetar e construir histórias interativas, animações, jogos, música e arte. Ele pode coletar informações do mundo externo por meio de uma placa de sensores conectada ao computador” (LOGO FOUNDATION, 2015).

Sendo assim, o Construcionismo é uma proposta educacional que valoriza o concreto ao invés do ensino abstrato e, além disso, o aprendiz é o construtor do próprio conhecimento e o professor é considerado o mediador do processo ensino-aprendizagem. Desta maneira, visa-se romper com as práticas em que o professor é o detentor do conhecimento e o repassa para os educandos, conforme Valente (1991, p. 5) afirma que:

O ambiente de aprendizado que Papert propõe é o ambiente logo; Logo sendo a linguagem de computador que permite o desenvolvimento de uma metodologia de ensino-aprendizagem. Entretanto o termo "ambiente de aprendizado" tem muitos significados. Ele pode ser algo extremamente rígido e controlado pelo educador ou algo onde o controle do aprendizado é passado para o aprendiz e o educador assume o papel de facilitador ou o de promotor do aprendizado.

Ainda diante disso, Valente (1991, p. 57) apresenta dois aspectos que são de fundamental importância no Construcionismo: “a ação física ou mental do aprendiz e o ambiente onde está inserido”. E ser o mais interessante possível, a fim de poder ser apropriado pelo aprendiz. Deve ser rico em atividades, conceitos e coisas para serem feitas. O ambiente deve ser constantemente motivador e interessante, cabendo ao professor a tarefa para que isso realmente aconteça no processo de ensino e aprendizagem.

Ainda para Valente (1991), o professor deve ser o facilitador ou consultor do processo de aprendizagem, sendo assim podemos elencar as principais características propostas pela Teoria Construcionista, as quais apresentaremos a seguir, de acordo com Santos(2019).

Teoria Construcionista	<p>- Criar ambientes (micromundos) verdadeiramente interessantes, apropriados para o aprendiz.</p> <hr/> <p>- Garantir que o aluno tome consciência do conhecimento envolvido na atividade realizada.</p> <hr/> <p>-Garantir que os indivíduos executem ações físicas ou mentais de modo que se tornem construtores do próprio conhecimento.</p> <hr/> <p>-Disponibilizar aparatos que tornem o ambiente interessante e estimulem os indivíduos a construírem o conhecimento, como o computador;</p> <hr/> <p>- Proporcionar experiências reais que façam sentido para o aprendiz;</p>
-----------------------------------	--

Fonte: Elaborado pela autora (2023) com base em Santos (2019, p. 20).

4.3 Tecnologias e educação sob a visão de Kenski

A professora pesquisadora Vani Moreira Kenski nos adverte que apesar do acesso exagerado as tecnologias, pela maioria dos alunos, a função do professor e da escola, não serão extintos, ao contrário, há uma necessidade que professores, aproprie-se destas ferramentas e as utilize em sala de aula. Para alguns alunos, o acesso a explorar e conhecer essas diferentes formas de tecnologias do presente século, talvez seja possível, somente no contexto escolar. Conforme afirma Kenski:

A escola não se acaba por conta das tecnologias. As tecnologias são oportunidades aproveitadas pela escola para impulsionar a educação, de acordo com as necessidades sociais de cada época. As tecnologias se transformam, muitas caem em desuso, e a escola permanece. A escola transforma suas ações, formas de interação entre pessoas e conteúdos, mas é sempre essencial para a viabilização de qualquer proposta de sociedade (KENSKI, 2007, p. 101).

Segundo Kenski (2007, p. 15), “As tecnologias são tão antigas quanto à espécie humana. Na verdade, foi a engenhosidade humana, em todos os tempos, que deu origem às mais diferenciadas tecnologias”. A autora acrescenta que o domínio de tecnologias e determinadas informações diferenciam a humanidade e civilizações do

passado. A tecnologia, de acordo com a autora, e de pesquisadores da temática, está relacionada ao poder.

Utilizar as tecnologias de informação e comunicação oferece uma infinidade de possibilidades no aprendizado dos estudantes.

Não há dúvida de que as novas tecnologias de comunicação e informação trouxeram mudanças consideráveis e positivas para a educação. Vídeos, programas educativos na televisão e no computador, *sites* educacionais, *softwares* diferenciados transformam a realidade da aula tradicional, dinamizam o espaço de ensino- aprendizagem, onde, anteriormente, predominava a lousa, o giz, o livro e a voz do professor (KENSKI, 2007, p. 46).

O professor é quem as transforma em material didático as tecnologias educacionais, elas apenas disponibilizam a informação e a comunicação. O educador atribui significados e determina as maneiras de processá-las e utilizá-las com envolvimento ativo, podendo proporcionar aos alunos oportunidades de desafios, criação e construção de novos conhecimentos.

As novas tecnologias de informação e comunicação (TICs), sobretudo a televisão e o computador, movimentaram a educação e provocaram novas mediações entre a abordagem do professor, a compreensão do aluno e o conteúdo veiculado. A imagem, o som e o movimento oferecem informações mais realistas em relação ao que está sendo ensinado. Quando bem utilizadas, provocam a alteração dos comportamentos de professores e alunos, levando-os ao melhor conhecimento e maior aprofundamento do conteúdo estudado. (KENSKI, 2007, p. 45).

A nova realidade requer do professor uma predisposição para apropriar-se das novas tecnologias e utilizá-las como uma ferramenta que venha contribuir para um maior engajamento dos estudantes na realização das atividades propostas em aula.

5 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

Este capítulo compõe a abordagem metodológica desta pesquisa a fim de apresentar os detalhes para a realização desta, sendo composto pelas seguintes seções: escolhas metodológicas; cenários de pesquisa; sujeitos da pesquisa; coleta de dados e instrumentos de recolha de dados; e análise dos dados, que a seguir serão apresentados.

Quadro 17: Metodologia

Abordagem da pesquisa	Quali-quantitativa
Tipo de pesquisa quanto ao objetivo	Exploratória
Procedimentos de pesquisa	Pesquisa Bibliográfica e Experimental
Estratégia de pesquisa/Metodologia	Revisão Sistemática de Literatura (RSL) e Pesquisa de campo
Universo /Amostra	Alunos do 9º Ano do Ensino Fundamental de dois Colégios Estaduais de Toledo -PR
Técnica de coleta de dados	Questionário e observação
Metodologia de análise de dados	Análise temática

Fonte: Elaborado pela autora (2022).

5.1 Escolhas metodológicas

As pesquisas do tipo qualitativa são definidas por Bogdan e Biklen (1994, p. 16) como aquelas que partilham de determinadas características, sendo que os dados recolhidos também são qualitativos, “o que significa ricos em por menores descritivos relativamente a pessoas, locais e conversas”.

Para Bogdan e Biklen (1994), a investigação qualitativa possui cinco características:

- 1) Na investigação qualitativa a fonte direta de dados é o ambiente natural, constituindo o investigador o instrumento principal;
- 2) A investigação qualitativa é descritiva;
- 3) Os investigadores qualitativos se interessam mais pelo processo do que simplesmente pelos resultados ou produtos;
- 4) Os investigadores qualitativos tendem a analisar seus dados de forma indutiva;
- e 5) O significado é de importância vital na abordagem qualitativa. (BOGDAN; BIKLEN, 1994, p. 48-51).

Em posse dessas características, e atentando-se para o fato de que os próprios autores as atribuem como próprias das pesquisas em educação, sobretudo as de

observação participante e entrevista em profundidade, consideramos a nossa investigação de caráter quali-qualitativo, alinhando-se com um tipo de observação participante, a pesquisa intervenção.

De acordo com Santos (2019) com base em Damiani *et al.* (2013), a pesquisa do tipo intervenção apresenta vários pontos de convergência com a pesquisa-ação

[...] os pontos de convergência entre esses dois tipos de pesquisa podem se resumir em: 1) o intuito de produzir mudanças; 2) a tentativa da resolução de um problema; 3) o caráter aplicado; 4) a necessidade de diálogo com um referencial teórico; e por fim 5) a possibilidade de produzir conhecimento.

Ainda segundo Santos (2019) quanto a pesquisa-ação, há um envolvimento de todos os participantes no planejamento e implementação, porém, na pesquisa intervenção “é o pesquisador quem identifica o problema e decide como fará para resolvê-lo, embora permaneça aberto a críticas e sugestões” (DAMIANI *et al.*, 2013. p. 63).

O fato de a pesquisadora realizar a atividade e analisar as ações que buscam a transformação da prática pedagógica já existente, podemos dizer que se enquadra como pesquisa de intervenção.

5.2 Cenários de pesquisa

A presente pesquisa foi aplicada em duas turmas do Ensino Fundamental, sendo uma turma do 9º ano noturno do Ensino Fundamental II no Colégio Estadual Irmão Germano Rhoden – Toledo/PR. Esta turma era formada por alunos menores de idade e adultos que não concluíram seus estudos. A outra, uma turma do 9º ano ensino regular, matutino, do Colégio Estadual Cívico Militar, também na cidade de Toledo/PR, formada por adolescentes na faixa etária de 13/14 anos.

A escolha deste grupo de alunos, se deu pelas dificuldades apresentadas em apropriar-se dos conteúdos matemáticos apresentados nas avaliações aplicadas anteriormente.

5.3 Sujeitos da pesquisa

Duas populações foram envolvidas, uma turma de alunos da modalidade Jovens e Adultos matriculados na série 9º Ano e outra turma são alunos matriculados no 9º Ano do ensino regular. No momento de escrita do projeto de pesquisa previa-se a participação de aproximadamente 60 participantes, porém no momento da realização da pesquisa, efetivamente participaram 40 alunos, sendo 11 alunos da Eja, os quais estavam frequentando as aulas e 29 alunos do ensino regular.

5.4 Procedimentos éticos

Durante a realização desta pesquisa foram adotados alguns procedimentos éticos, conforme listados a seguir:

- O projeto com todo detalhamento da pesquisa foi devidamente submetido e aprovado pelo Comitê de Ética em Pesquisa da UNINTER, com Certificado de apresentação para Avaliação Ética (CAAE) de identificação **61859422.5.0000.5573** e parecer de aprovação de identificação **5614174**;
- Os participantes foram informados por escrito e presencialmente sobre os objetivos da pesquisa;
- Foi dado e esclarecido aos participantes o direito de desistir da pesquisa a qualquer tempo, se assim desejassem;
- Foi solicitada a autorização, por meio do Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (TCLE) para os pais ou responsáveis por menores de idade, dos responsáveis pelos participantes menores de idade;
- Foi solicitada a autorização, por meio do Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (TCLE), para os participantes maiores de idade;
- Foi mantido o anonimato dos participantes;
- Foi mantida a fidelidade aos dados recolhidos;

Dos alunos matriculados nas séries envolvidas na pesquisa, todos aceitaram participar exceto um aluno (maior de idade) do noturno, o qual não foi contabilizado no rol de dados coletados. Da turma do 9º ano Fundamental matutino, dois alunos não responderam o formulário final, e estes também não foram contabilizados no rol de coleta de dados.

5.5 Coletas de dados e instrumentos de recolha de dados

A pesquisa foi organizada em seis momentos de 50 minutos cada, sendo eles:

1º Momento: Aplicação de um questionário diagnóstico inicial com objetivo de identificar os conhecimentos prévios dos alunos, bem como seus interesses, o qual foi respondido individualmente por cada participantes. Conforme anexo 01.

2º Momento: Exibição de vídeos introdutórios sobre Fractais, sendo eles:

- i) “Divertindo-se com Fractais” (PLÁTIZ, 2016).
- ii) “A Natureza dos Fractais” (DESCOMPLEXANDO, 2015).

Os vídeos foram assistidos previamente pela pesquisadora, e estes não apresentam conteúdo impróprio para passar para os alunos envolvidos na pesquisa.

Após apresentar os vídeos, foi realizado um debate com o objetivo de reforçar as definições de Fractais apresentadas, incentivando-os a expressarem suas considerações sobre o tema.

Em seguida, foi proposto aos alunos a seguinte questão:

O que precisamos saber sobre Fractais para conhecermos esta Geometria?

É importante que alguns questionamentos sejam feitos na discussão com os alunos, tais como:

- a. Quem criou os Fractais?
- b. O que é autossemelhança?
- c. O que são Fractais Naturais ou Fractais Matemáticos?

3º Momento: Na sequência, serão pontuados os principais conceitos e características dos Fractais Clássicos. Para tanto, foi entregue para cada aluno, um resumo dos Fractais Clássicos:

- 1. Conjunto de Cantor
- 2. Curva de Sierpinski
- 3. Curva de Peano
- 4. Curva de Koch
- 5. Esponja de Menger
- 6. Conjunto de Mandelbrot

4º Momento: Apresentação dos comandos no Software Scratch e apresentação do manual básico dos comandos para a realização de algumas atividades no Scratch.

Construção do Triângulo Equilátero no Scratch, cálculo do comprimento do perímetro e área.

5º Momento: Construção do Floco de Neve de Koch nos diferentes níveis (nível 0, nível 1 e nível 2) no Scratch, cálculo do comprimento do perímetro e a área de cada figura construída. Conforme anexo 02.

6º Momento: Aplicação de um questionário diagnóstico final. Ver anexo 03.

No quadro 18, apresentamos o plano geral da oficina.

Quadro 18: Plano da Oficina de Geometria Fractal

Oficina de Geometria Fractal com Scratch	
Tema:	<ul style="list-style-type: none"> Compreender conteúdos matemáticos tais como: ângulo interno, ângulo externo e conceito de autossimilaridade da geometria fractal, utilizando o Scratch como artefato mediador do ensino e aprendizagem.
Objetivo Geral:	<ul style="list-style-type: none"> Conhecer conceitos básicos de Geometria Fractal; Relembrar conceitos de ângulos internos e ângulos externos, perímetro e área; Construir desenhos geométricos utilizando o Scratch; Utilizar a linguagem de programação em blocos de medidas de comprimento e ângulos para a construção de uma figura fractal;
Objetivos Específicos:	<ul style="list-style-type: none"> Compreender conceitos ângulos internos e externos; Calcular área de perímetro de uma figura fractal. Utilizar linguagem de programação em blocos; Desenhar figuras fractais utilizando blocos de programação, com o software Scratch. Trabalho em equipe e cooperação.
Habilidades e competências:	<ul style="list-style-type: none"> Realização de atividades práticas, valorizando a participação dos alunos.
Desenvolvimento:	<ul style="list-style-type: none"> Medidas de comprimento e área; Ângulos internos e externos; Conceitos de autossimilaridade na Geometria Fractal; Programação em blocos.
Conteúdos:	<ul style="list-style-type: none"> Compreender conteúdos de matemática (ângulo interno, ângulo externo e conceito de autossimilaridade da geometria fractal, utilizando o Scratch como artefato mediador do ensino e aprendizagem.
Tema:	<ul style="list-style-type: none"> Conhecer conceitos básicos de Geometria Fractal; Relembrar conceitos de ângulos internos e ângulos externos, perímetro e área; Construir desenhos geométricos utilizando o Scratch; Utilizar a linguagem de programação em blocos de medidas de comprimento e ângulos para a construção de uma figura fractal.

Fonte: Elaborado pela autora (2022).

O protocolo de pesquisa supra descrito, foi submetido ao Comitê de Ética da UNINTER, com aprovação em 30 de agosto de 2022, conforme Apêndice C.

Por se tratar de uma pesquisa no local de trabalho da pesquisadora, houve a necessidade de submissão para análise pelo departamento pedagógico da SEED (Secretaria Estadual de Educação), com aprovação para execução legal da pesquisa em meados de novembro de 2022.

De acordo com o exposto no quadro 18, o objetivo da oficina foi “Compreender conteúdos matemáticos tais como: área e perímetro, conceitos de autossimilaridade da geometria fractal, utilizando o software Scratch com artefato mediador do ensino e aprendizagem”, desse modo espera-se que o alunos saibam utilizar de forma prática os conteúdos percorridos durante a execução da oficina, além de reconhecer a importância desses conteúdos para o dia a dia. Os objetivos específicos foram elencados de modo a nortear o caminho para atingir o objetivo geral.

A metodologia adotada, “aprender fazendo”, diz respeito a forma prática de como se dá o ensino e aprendizagem, utilizando os objetos como forma de aprender determinado conteúdo. Este fato nos remete à abordagem de Papert sobre os “objetos-de-pensar”, nesse sentido, e retomando às ideias do autor, os objetos, neste caso, a construção do fractal por meio de desenhos traçados numa folha, a construção de blocos no Scratch e o computador, funcionam como instrumentos que servem de apoio ao pensamento, tornando o abstrato em concreto e vice-versa.

Os conteúdos curriculares de matemática, medidas de comprimento, área e ângulos internos e externos, foram escolhidos para essa atividade pelos seguintes motivos: são conteúdos dos anos finais do Ensino Fundamental 2 e, deste modo, contemplam os níveis de escolaridade dos alunos que fizeram parte da oficina; são conteúdos relativamente simples; caso os alunos já tivessem conhecimento sobre o conteúdo, este seria enriquecido com uma atividade prática. Além disso, para a realização da atividade no laboratório de informática, outros conteúdos foram necessários, como conceitos de programação de computadores, que apesar de não estar presente como conteúdo curricular, faz parte da quinta competência da Base Nacional Comum Curricular (BNCC).

5.6 Produto: Sequência didática sobre elementos de Geometria Fractal com o Software Scratch na educação básica

O produto desta pesquisa trata-se de uma proposta de oficina para professores do anos finais do ensino fundamental, baseada na estrutura da implementação realizada pela pesquisadora aos estudantes participantes da pesquisa de dois colégios estaduais de Toledo-PR. Tais estudantes foram contemplados com uma série de atividades, sob o tema “Elementos de Geometria Fractal utilizando o Software Scratch”, realizada no último trimestre de 2022.

A oficina foi desenvolvida na forma presencial, com reuniões no ambiente da sala de aula e no laboratório de informática onde utilizou-se o Software Scratch. Consiste uma proposta de atividades, as quais podem contribuir com a abordagem dos conteúdos de área, perímetro, ângulos interno e externos, conceitos de elementos da geometria fractal, ainda, a aquisição de conhecimentos básicos de programação em blocos, envolvendo a construção de figuras Fractais no laboratório.

A intencionalidade da oficina considera o planejamento e execução das aulas, a construção dos conceitos de Geometria Fractal, a partir dos conceitos da Geometria Euclidiana:

- Apresentar a linha do tempo da História da Geometria Fractal até os dias atuais;
- Dominar conceitos de área e perímetro de uma figura geométrica euclidiana e conceitos da geometria fractal;
- Apropriar-se dos primeiros conceitos sobre a programação em blocos utilizando o Software Scratch;
- Construir figuras Geométricas euclidianas e fractal (um Floco de Neve de Koch) em três etapas, salvando-as uma pasta Scratch.

Após a realização da oficina com os docentes, fica a critério do participante, acrescentar ou suprimir conteúdos matemáticos, de acordo com a realidade inserida.

5.7 Detalhamento de como ocorreu a oficina

A pesquisa foi aplicada a dois grupos, como mencionado anteriormente, quando mencionado grupo 01 refere-se a turma 9^o regular onde 29 estudantes que

estavam matriculados na turma se fizeram presentes na pesquisa e grupo 02 refere-se ao 9º EJA, onde, 11 alunos participaram, totalizando 40 alunos, que em acordo com o protocolo de ética, se comprometeram a participar das atividades propostas.

Encontro 1:

A proposta para o primeiro encontro, de acordo com o apresentado no plano de aula, do apêndice D, foi apresentar a proposta das oficinas e foi disponibilizado um tempo para responderem ao formulário diagnóstico, onde, pretendia-se realizar a coleta dos dados diretamente no laboratório de informática, por meio do questionário on line. Para o grupo 01 por falta de internet no laboratório, no dia do encontro, os formulários foram respondidos manualmente e posteriormente lançados no sistema pela pesquisadora, já o grupo 02, alguns alunos acessaram o formulários via celular, e outros responderam via formulário, pois o laboratório estava em uso para exames on line.

Encontro 2:

Neste encontro, após o momento de diagnóstico, foi feita a exibição de vídeos introdutórios: “Divertindo-se com Fractais” e o vídeo “A Natureza dos Fractais”, utilizando a TV disponível em sala de aula. Após apresentar os vídeos, realizou-se um debate com o objetivo de reforçar as definições de Fractais apresentadas, incentivando-os a expressarem suas considerações sobre o tema. Em ambas as turmas, os alunos se mostraram atentos e participativos. Durante o diálogo foram apresentados alguns questionamentos pela pesquisadora como “O que precisamos saber sobre Fractais para conhecermos esta Geometria?” apontando que é importante saber “Quem criou os Fractais” identificar “O que é autossemelhança”.

Fotografia 1: Vídeos grupo 01 e grupo 02



Fonte: Elaborado pela autora (2022).

Todo o conteúdo apresentado nos vídeos, foi tratado com os alunos em forma de exemplos práticos e diálogo, possibilitando que pudessem compartilhar experiências pessoais e fazer perguntas abertamente.

Encontro 3:

O encontro iniciou-se com uma retomada da proposta da pesquisa, pois alguns alunos não participaram do primeiro momento. Em seguida, a professora/pesquisadora definiu os principais conceitos e características dos Fractais Clássicos, para tanto, foi utilizado a TV da sala de aula para projetar os Slides contendo os Clássicos dos Fractais.

Fotografia 2: Grupo 01 e grupo 02



Fonte: Elaborado pela autora (2022).

Ao término da apresentação, foi entregue para cada aluno, um resumo dos Fractais Clássicos: Conjunto de Cantor/Curva de Sierpinski/ Curva de Peano/Curva de Koch/Esponja de Menger/Conjunto de Mandelbrot, oportunizando o questionamento e discussão sobre o conteúdo apresentado. No grupo 02 um aluno questionou sobre a autossimilaridade no Triângulo de Sierpinski, pois não conseguia entender de que se tratava, após a retomada mais detalhada conseguiu esclarecer. Alguns alunos se mostraram admirados com a Curva de Koch e sua construção a partir da divisão em três partes e suspensão da parte interior, seguindo sempre a mesma lógica. Alguns fizeram exclamações do tipo: “Que legal!”, “Interessante!”, “Nossa isso é show!”.

Encontro 4:

Nesse encontro, utilizando a TV em sala de aula foi feito a apresentação dos comandos no Software Scratch e apresentação do manual básico dos comandos para a realização de algumas atividades no Scratch, tal como a construção da forma geométrica de um quadrado para familiarizar-se com os comandos do software.

Fotografia 3: Software Scratch

Fonte: Elaborado pela autora (2022).

Os estudantes foram dirigidos ao laboratório de informática, e organizados em duplas, onde pretendia-se que cada dupla criasse uma conta de acesso a sala do Scratch, previamente criada pela pesquisadora. Muitos alunos apresentaram dificuldade em acessar ao computador, requerendo um tempo maior para a realização da atividade.

Fotografia 4: Software Scratch

Fonte: Elaborado pela autora (2022).

O planejamento, inicialmente, para esse dia seria a construção e um triângulo equilátero e a elaboração da sequência dos comandos para o desenho no Scratch, porém, por falta de tempo, a proposta de construção do triângulo equilátero e o cálculo do comprimento do perímetro e área do floco de Neve necessitou ser encaminhada de forma diferenciada, a proposta seria a construção passo a passo da figura, porém, se deu da seguinte forma: pesquisadora disponibilizou uma folha impressa os três níveis da construção do Floco de Neve para que cada dupla calculasse o perímetro e junto com a turma a professora apresentou o cálculo de área do triângulo equilátero, bem como o cálculo de área do floco de neve.

Fotografia 5: Área e perímetro



Fonte: Elaborado pela autora (2022).

Durante o desenvolvimento dos cálculos foram feitos questionamentos norteadores de forma a incentivar o pensamento e a construção do conhecimento pelos alunos.

Encontro 5:

Os alunos foram encaminhados ao laboratório de informática, em dupla acessaram a conta no Scratch e iniciaram a construção das figuras. Foram orientados previamente pela pesquisadora, que fez algumas demonstrações de como selecionar os blocos de comandos. Inicialmente, foram orientados para construírem um quadrilátero, na sequência iniciaram a construção do Floco de Neve de Koch a partir diferentes níveis (Nível 0, nível 1 e nível 2), lembrando de sempre salvar cada um deles na pasta da sala.

Fotografia 6: Níveis Floco de Neve de Koch



Fonte: Elaborado pela autora (2022).

As atividades aconteceram de forma colaborativa, sempre que tinham dúvida recorriam aos colegas, ao roteiro de programação e a professora pesquisadora. Após fazer o teste da programação, caso apresentasse falhas, verificavam o passo a passo e tentavam corrigir os erros.

As dificuldades, maiores foram encontrar os blocos, uma vez que muitos nunca tinha tido acesso ao Scratch. Durante a realização das atividades, a grande maioria, se mostraram interessados e participativos, empolgados ao ver a figura fractal construída.

Fotografia 7: Alunos construindo Floco de Neve de Koch



Fonte: Elaborado pela autora (2022).

O tempo para a realização da atividade não foi suficiente, algumas duplas não conseguiram avançar muito, concluindo suas atividades no momento seguinte.

Encontro 6:

Neste encontro, ainda foi necessário tomar uma parte da aula para que os alunos conseguissem concluir a construção da figura fractal utilizando o Software Scratch.

Fotografia 8: Níveis Floco de Neve



Fonte: Elaborado pela autora (2022).

Na sequência, todos responderam o formulário final na forma impressa pois continha questões subjetivas. Nesse momento os alunos puderam fazer uma autorreflexão sobre as contribuições que esse tipo de trabalho apresenta para a

aprendizagem deles, bem como sobre esta atividade estar voltada para alunos dessa modalidade de ensino e o que eles puderam aprender.

5.8 Instrumentos de recolha dos dados

Para que fosse possível a análise do trabalho desenvolvido nas oficinas, optamos por utilizar os seguintes instrumentos de recolha de dados:

- Formulário diagnóstico e formulário avaliação final.

No formulário diagnóstico as questões foram organizadas em três blocos, no bloco A foram apresentadas duas questões com o objetivo de conhecer um pouco sobre a frequência de acesso à internet em casa e qual veículo (computador, celular/smartphone, outro) utilizado para o acesso. No bloco B foram abordadas cinco questões com o objetivo de sondar com que frequência utilizam ferramentas tecnológicas nas aulas de matemática e se já conheciam o software Scratch. E, no bloco C as questões indagaram sobre a Geometria Euclidiana e a Geometria Fractal.

Ao término da oficina com os alunos, aplicou-se um questionário, o qual estava organizado em dois blocos, sendo o bloco A recente ao estudo dos Fractais: organizado com duas questões objetivas que tinha o objetivo de verificar o nível de satisfação e três questões subjetivas que permitiu os alunos descreverem pontos positivos e negativos das atividades. No bloco B, as questões foram referentes a experiência em utilizar o Software Scratch e o desenvolvimento da figura Fractal.

- Observação e registro de cada momento.

O registro da observação das atividades se deu por meio de um diário de bordo onde foram feitos os apontamentos e pastas on lines no Scratchc com as produções dos alunos, a seguir estaremos apresentando os principais destaques:

No primeiro encontro foram apresentados os regulamentos e a importância que todos os menores trouxessem os termos de ciência devidamente assinado pelos responsáveis, houve boa aceitação dos alunos e todos os menores trouxeram o termo devidamente assinado, no decorrer do desenvolvimento da pesquisa, permitindo que a legalidade da pesquisa fosse efetivada.

Durante a realização das atividades de apresentação sobre a Geometria Fractal na linha do Tempo, por meio dos dois vídeos e a apresentação impressa dos principais Fractais, percebeu-se que os alunos se mostraram interessados, fazendo questionamento sobre os conteúdos apresentados, destacando a curiosidade sobre a

autossimilaridade apresentada no triângulo de Sierpinski. As atividades desenvolvidas envolvendo o cálculo de área e perímetro do triângulo equilátero e posteriormente das iterações que formam o floco de neve de Koch, percebe-se uma grande dificuldade por grande parte dos alunos, para fazer medições com a régua, compreender e aplicar a fórmula para cálculo de área e perímetro no triângulo retângulo. As atividades foram em duplas, possibilitando diálogo entre os estudantes.

Quando levados ao laboratório para desenvolverem as atividades no software Scratch, os alunos do diurno se mostraram interessados e desenvolveram as atividades com maior facilidade, já os alunos da turma EJA noturno, alguns se mostraram desinteressados e relutantes por desconhecerem do manuseio do computador, que após a organização em duplas, acompanharam e auxiliaram os colegas que possuíam mais facilidade com o uso do computador.

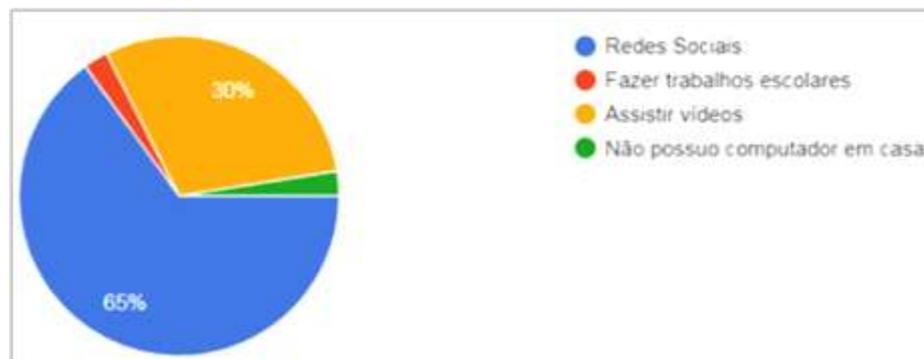
Em ambas as turmas, as atividades foram realizadas em dupla, notou-se que muitos alunos se esforçaram para localizar os blocos e realizar a construção da figura fractal, e após êxito na construção, demonstravam empolgação pela conquista e alguns exclamaram “que legal!”, “muito show!”. Percebe-se um bom envolvimento pela maioria dos alunos envolvidos na pesquisa, conforme serão apresentados a seguir.

6 ANÁLISE DOS DADOS

A fim de melhor conhecer os alunos envolvidos na pesquisa e o quanto dominam as tecnologias que possuem no seu ambiente particular, foi organizado um formulário impresso, que continha três blocos de questões, onde, o primeiro buscou fazer uma sondagem sobre o acesso à internet, e os meios utilizados, o segundo refere-se ao uso de tecnologias em sala de aula e o terceiro sobre questões relacionadas a geometria Euclidiana e geometria Fractal.

Com base nos dados coletados percebe-se, que na questão “Para que você usa o computador pessoal ou celular?”

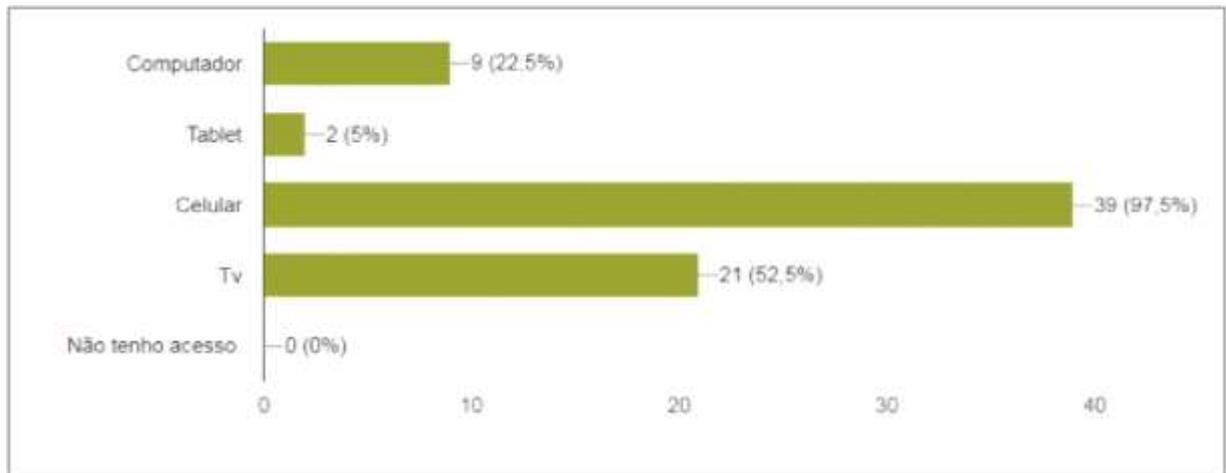
Gráfico 1: Uso do computador ou celular



Fonte: Elaborado pela autora (2022).

O computador e/ou o celular é utilizado como finalidade principal para acesso as redes sociais com 65% dos respondentes e em segundo maior uso, para assistir a vídeos sendo 30% das respostas. Observa-se que uma pequena parcela utiliza o celular com finalidade para estudo.

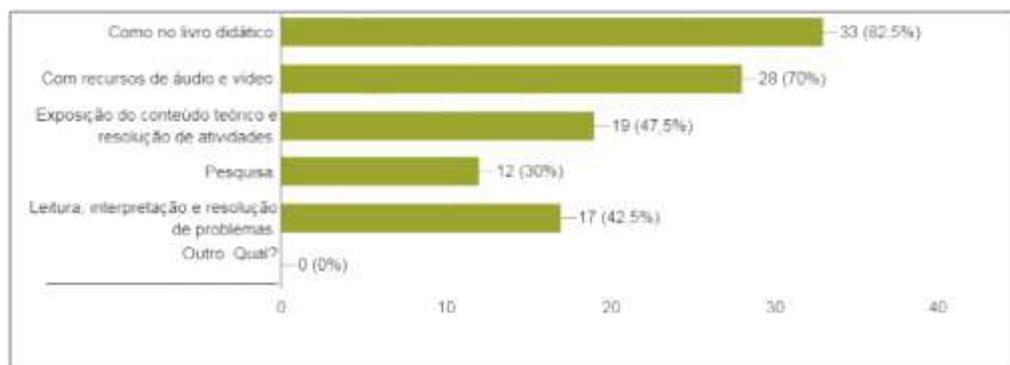
Na sequência a questão trouxe a indagação “Como você acessa a internet na sua casa?” como resultados apresentou-se o seguinte:

Gráfico 2: Dispositivo para acesso à internet

Fonte: Elaborado pela autora (2022).

Vale destacar que esta questão poderia marcar mais de uma alternativa e de acordo com o gráfico 02, obteve-se que a maioria dos educandos utilizam o celular com 97,5% para acessar a internet, 52,5% acessam por meio da Tv, apenas 22,5% utilizam o computador e aproximadamente 5% assinalaram acesso via Tablet.

O Segundo bloco de questões, refere-se ao uso de tecnologias em sala de aula. A primeira questão foi a seguinte “Como os seus professores costumam trabalhar os conteúdos em sala de aula?”

Gráfico 3: Ferramentas metodológicas utilizadas pelo professor em sala de aula

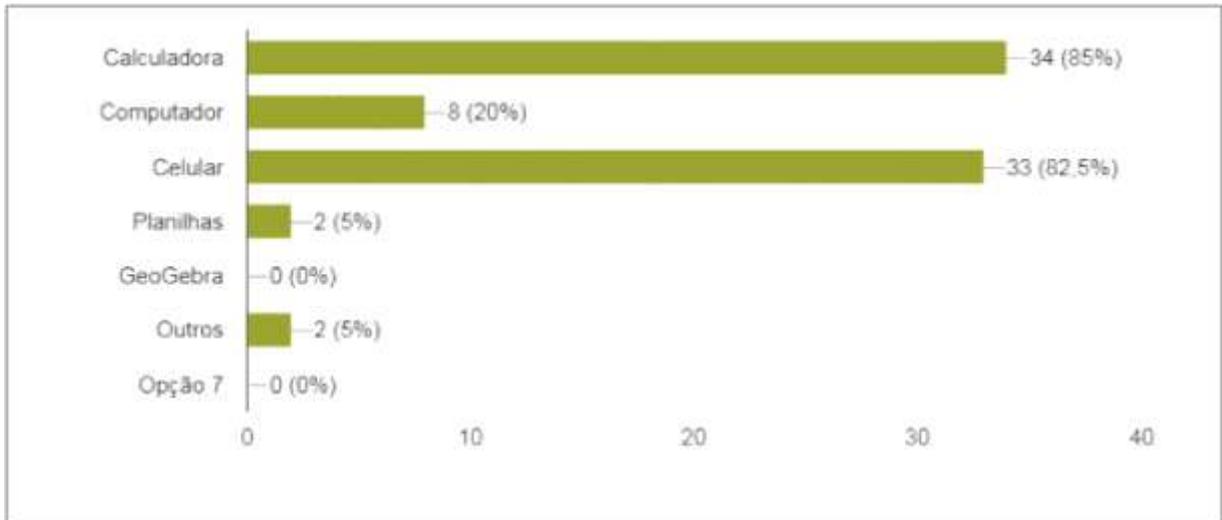
Fonte: Elaborado pela autora (2022).

O gráfico 03, permitiu o participante assinalar mais de uma questão. Obteve-se que 82,5% assinalam o livro didático, recursos áudio visuais 70%, exposição oral do conteúdo pelo professor 47,5%, seguido de leitura e interpretação de problemas com 42,5% e a realização de pesquisas foi marcado por 30%. Nesse contexto, pode inferir que no ambiente sala de aula há um predomínio do uso do livro didático com o uso de recursos audiovisuais, bastante acentuada, sendo que a explicação pelo professor

(exposição oral), não está em primeiro ponto, com base no percebido pelo público em estudo.

Com relação a questão “Quais das ferramentas a seguir, você já utilizou para aprender Matemática?”, o registro ficou da seguinte forma:

Gráfico 4: Ferramentas metodológicas utilizadas na aula de matemática

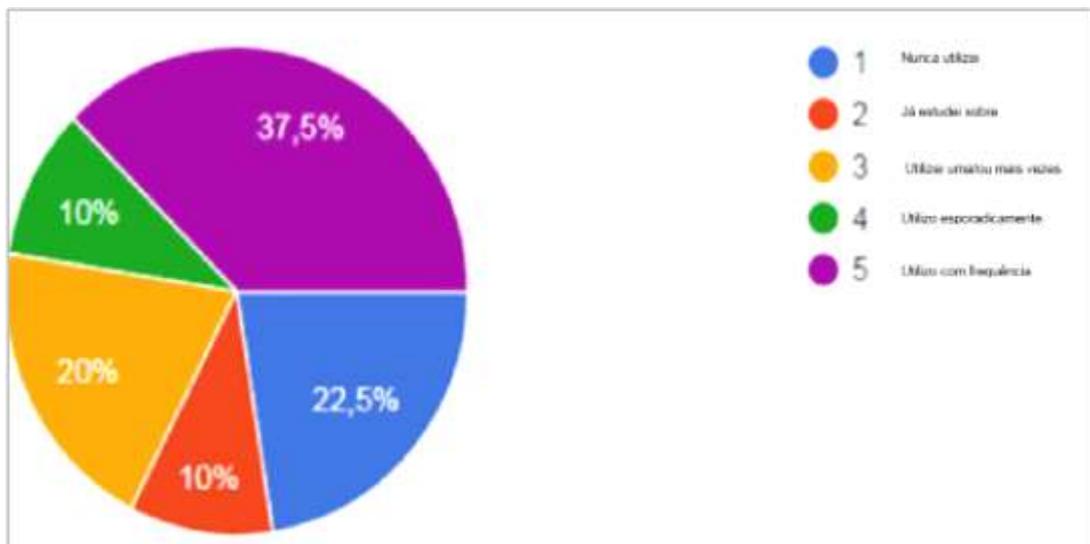


Fonte: Elaborado pela autora (2022).

Um total de 85% utilizou a calculadora, 82,5% o celular, 20% computador e que 5% utilizou planilha, como outros meios.

Na abordagem “Você já utilizou alguma ferramenta de programação?”, foi utilizado a escala Likert, onde 1 indica que nunca usou e 5 tem uso com frequência.

Gráfico 5: Uso de ferramentas de programação

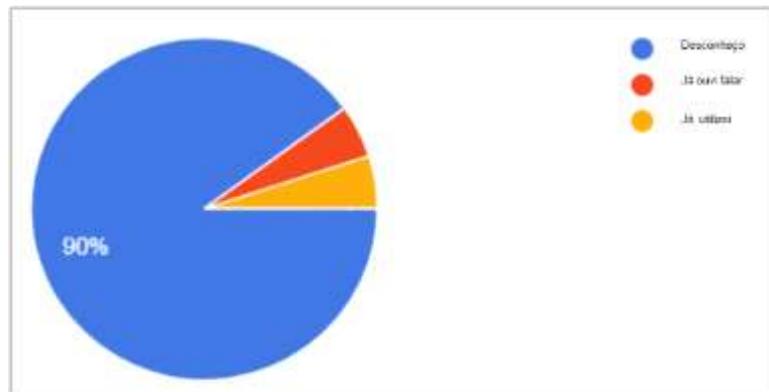


Fonte: Elaborado pela autora (2022).

Observando o gráfico 05, temos que 67,5% nunca utilizou, revelando que poucos já tiveram um contato com a linguagem de programação.

A pergunta a seguir refere-se ao uso do Software Scratch, “Você conhece e/ou já utilizou o *Scratch*?”, temos o seguinte gráfico:

Gráfico 6: Programação com o Software Scratch

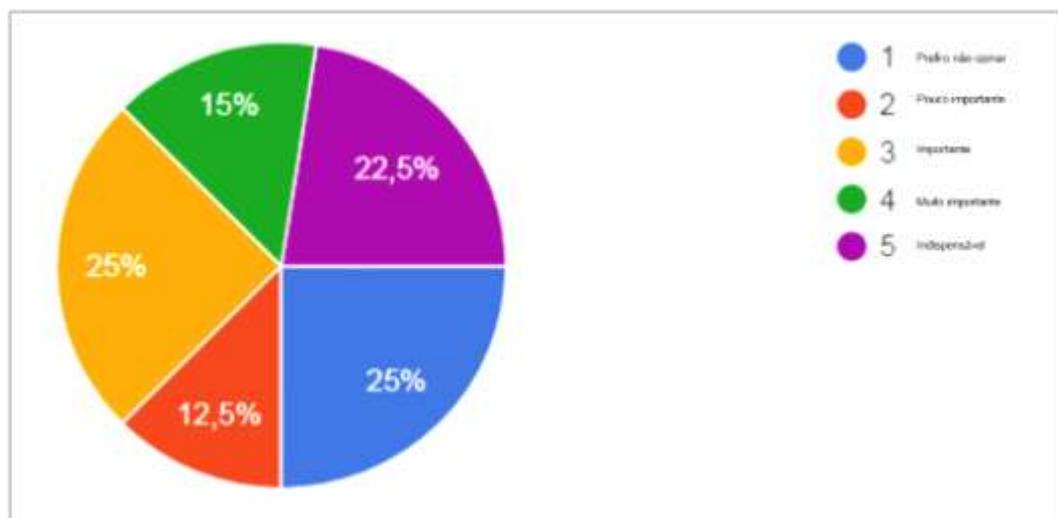


Fonte: Elaborado pela autora (2022).

As respostas revelam que 92,5% desconhecem o que se trata esse software e que 7,5%, já tiveram algum contato com o Scratch.

Na questão a seguir do formulário diagnóstico, buscou verificar “Como você vê a importância de utilizar *softwares* ou programas computacionais para aprender Matemática?”, sendo 01 considerado pouco importante 05 muito importante.

Gráfico 7: Relevância dos programas computacionais para aula de matemática, ótica do aluno



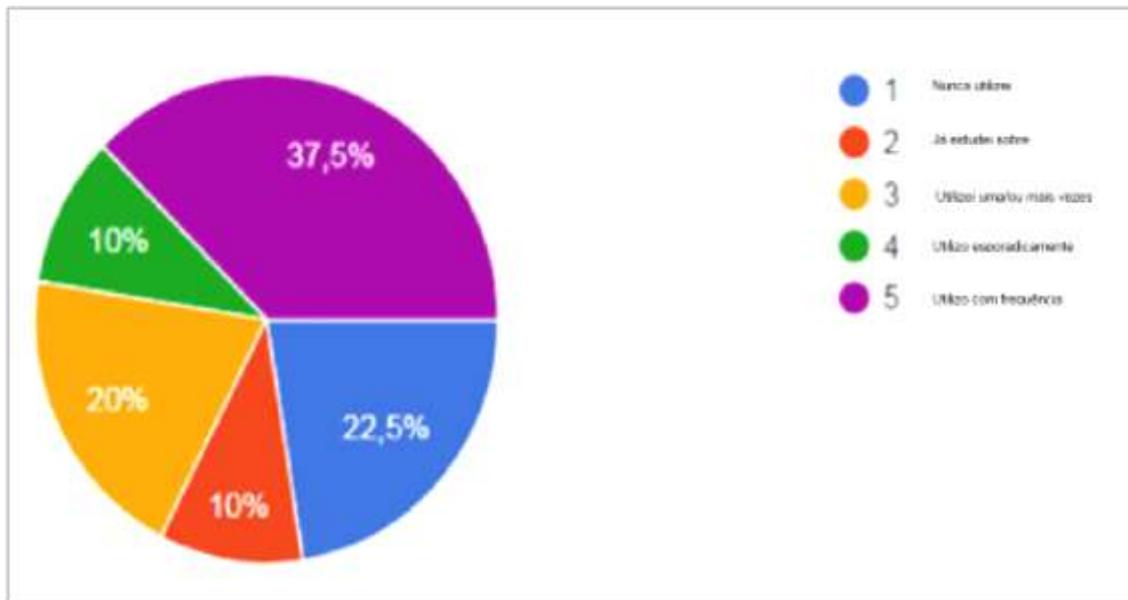
Fonte: Elaborado pela autora (2022).

Os resultados obtidos apresentam um grupo bem dividido, sendo que 37,2% somam pouca importância, 25% média importância e 37,5% muito importante.

O Terceiro e último bloco do formulário diagnóstico apresenta questões relacionadas a geometria Euclidiana e geometria Fractal.

Na questão “O que você conhece da Geometria Euclidiana (formas geométricas)?”, temos:

Gráfico 8: Geometria Euclidiana

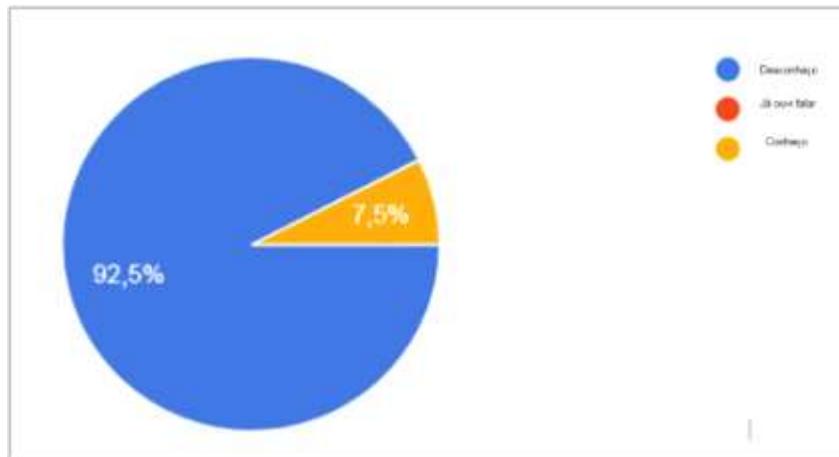


Fonte: Elaborado pela autora (2022).

A porcentagem que conhece tal geometria é bem superior, comparado aos que afirmam que não dominam a geometria Euclidiana. Há um domínio razoável de geometria, sendo que 37,5% disseram dominar bem, porém 22,5% alegam desconhecer.

Com relação a geometria *não* euclidiana, temos:

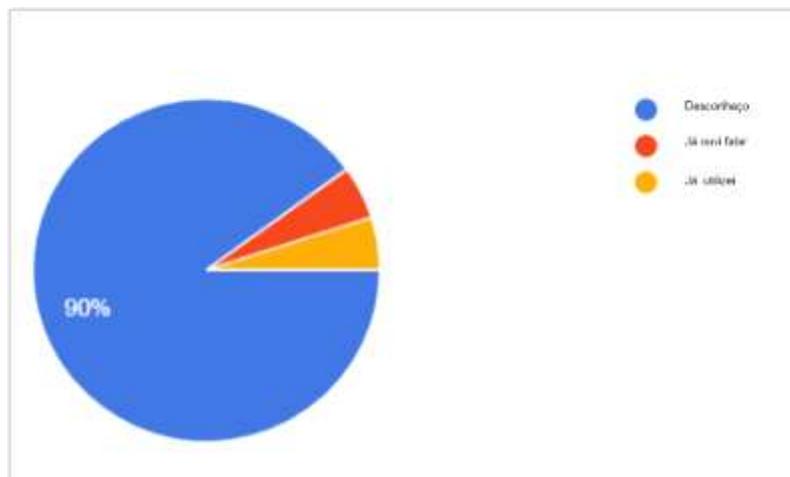
Gráfico 9: Conhece a Geometria não Euclidiana (teoria do caos, fractais.)



Fonte: Elaborado pela autora (2022).

Gráfico bem definido, sendo que 92,5% afirmaram desconhecer tal conteúdo. Quando perguntado “Você conhece os Fractais?”, as respostas foram as seguintes:

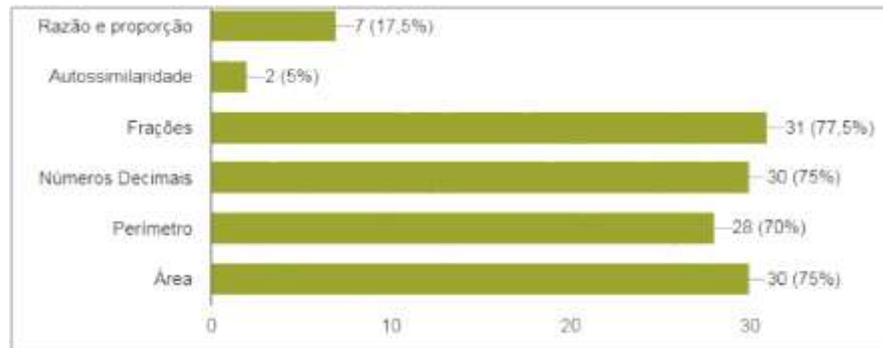
Gráfico 10: Conhecimento de Fractais



Fonte: Elaborado pela autora (2022).

Mantém-se um percentual parecido com o gráfico anterior, onde nos mostra que a grande maioria dos alunos, desconhecem tal assunto.

A última questão do formulário diagnóstico “Que conteúdos matemáticos você já conhece?”, destaca-se o seguinte:

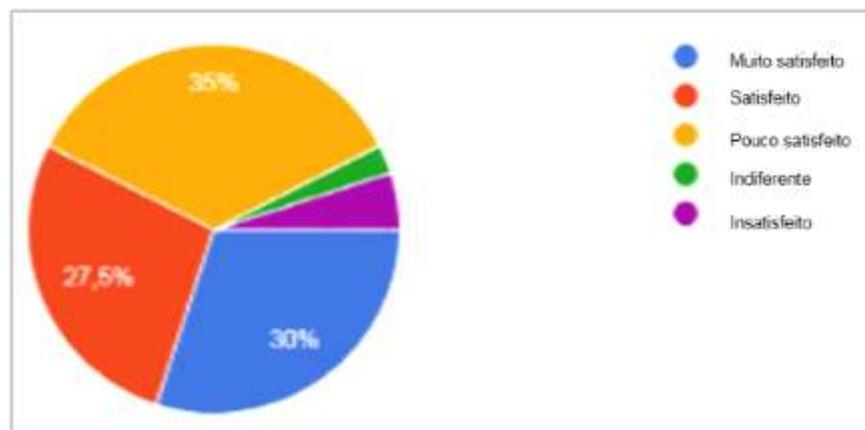
Gráfico 11: Conteúdos matemáticos que o aluno conhece

Fonte: Elaborado pela autora (2022).

Percebe-se que a maioria desconhece sobre o termo autossimilaridade e razão/proporção; sendo que os conteúdos frações, números decimais, área e perímetro, 70% ou mais dos alunos envolvidos na pesquisa, disseram ter estudado estes conteúdos.

Na sequência teremos os resultados referentes ao Formulário Final. As questões objetivas apresentam os resultados na forma de gráficos, já as questões subjetivas serão analisadas a partir do software Iramuterq.

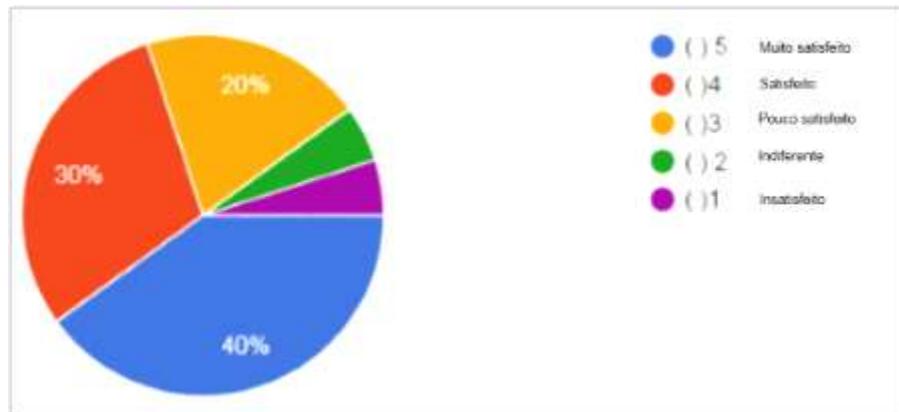
Temos a primeira questão o seguinte: “O quanto você ficou satisfeito(a) com relação ao estudo dos Fractais?”

Gráfico 12: Nível de satisfação estudo dos fractais

Fonte: Elaborado pela autora (2022).

Com base na escala Likert, temos 30% muito satisfeitos, 27,5% satisfeitos, ou seja aproximadamente 60% dos participantes gostaram do estudo com os fractais.

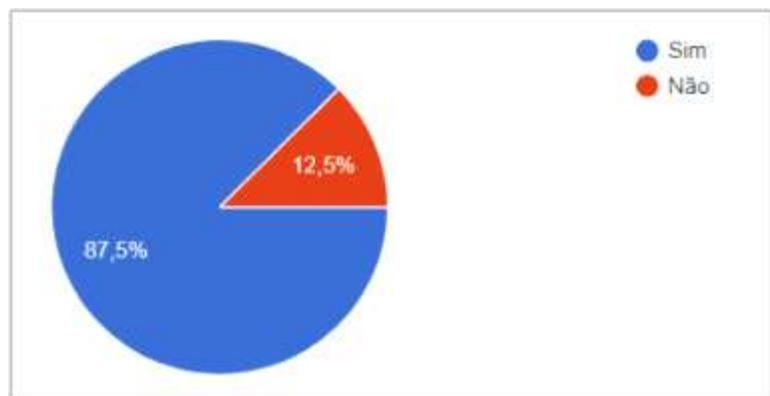
Na sequência, foram questionados: “O quanto você ficou satisfeito(a) com o uso de uma ferramenta tecnológica no ensino de conteúdo matemático com os Fractais.”

Gráfico 13: Satisfação ferramentas tecnológica

Fonte: Elaborado pela autora (2022).

Temos que 40% afirmaram muito satisfeito e 30% satisfeito, confirmando o que foi observado durante o desenvolvimento das atividades, a participação e envolvimento dos alunos com o desafio proposto.

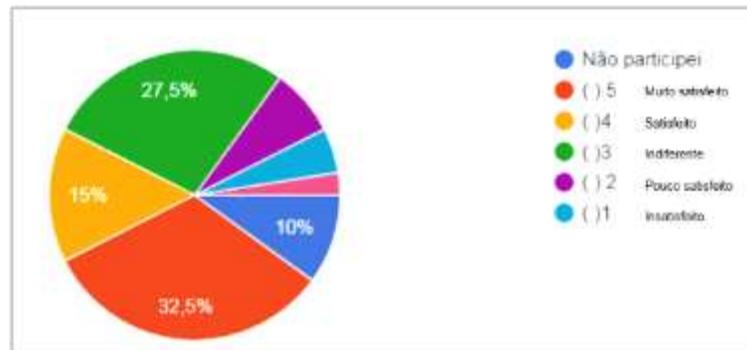
Na questão “Você participou das atividades no Laboratório de Informática?”

Gráfico 14: Atividades no Laboratório de Informática

Fonte: Elaborado pela autora (2022).

Temos que apenas 87,5% dos alunos, conseguiram participar de todas as aulas, os demais em algum momento não estiveram presentes.

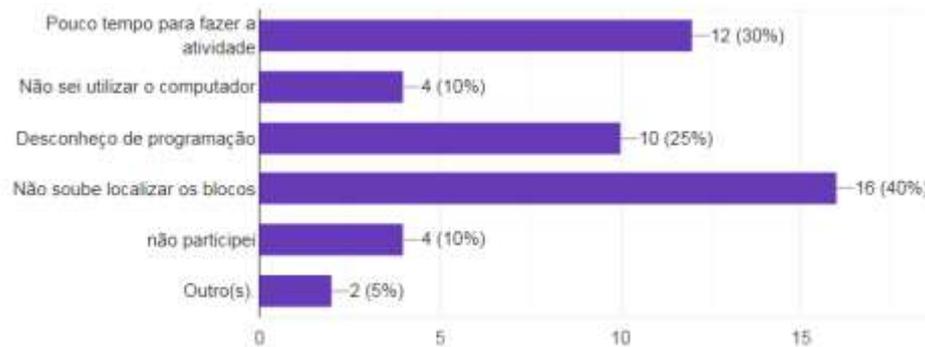
Quando perguntado: “Você gostou de utilizar o Scratch? (5 para gostei muito e 1 não gostei)”, as respostas foram as seguintes:

Gráfico 15: Uso do Scratch

Fonte: Elaborado pela autora (2022).

Temos que 32,5% gostaram muito, seguido de 15% que gostaram de desenvolver as atividades no software Scratch, aproximadamente 27,5% ficaram indiferente com a atividade.

Com relação a questão “Assinale qual(is) dificuldade(s) você teve em trabalhar com o *Scratch*?”, foram informados os seguintes apontamentos:

Gráfico 16: Dificuldades em utilizar o Scratch

Fonte: Elaborado pela autora (2022).

Os registros apontam que 40% dos participantes assinalaram dificuldade em localizar os blocos, 30% pouco tempo para realizar as atividades, 25% marcaram também desconhecer de programação, 10%, não sabem utilizar computador.

As questões subjetivas, visaram uma sondagem de como os alunos perceberam as atividades desenvolvidas, oportunizando sua expressão pessoal.

Para a análise das mesmas, optou-se pela o uso do Software Iramuteq, o qual permite a visualização de nuvem de palavras.

A primeira questão “Como foi sua experiência com a realização da oficina de Fractais?”

Figura 14: Nuvem de palavras_Oficina Fractal



Fonte: Elaborado pela autora (2022).

Com base nas respostas coletadas, temos que se destacam as palavras: bom, muito, conseguir, legal, aprender e interessante. A partir destas podemos inferir uma que foi uma experiência positiva para a maioria dos participantes.

Quando questionado “Aponte pontos positivos a respeito das atividades.”

Figura 15: Nuvem de palavras_pontos positivos

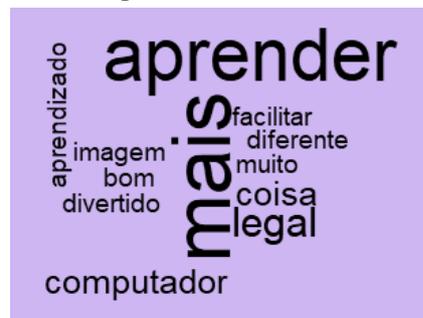


Fonte: Elaborado pela autora (2022).

Observa-se um maior destaque para as palavras aprender, divertido, legal, onde podemos perceber ainda as palavras fractal, muito, bom e novo. Sobressaindo um aspecto de boa aceitação pelos participantes.

Outra questão “Em sua opinião, quais as vantagens de se estudar Fractais utilizando o *Scratch*?”

Figura 16: Vantagens estudar Fractais no Scratch



Fonte: Elaborado pela autora (2022).

Destacaram as palavras aprender, mais, legal e ainda as palavras: computador, diferente, muito, bom, aprendizado, divertido.

Esse trabalho foi desenvolvido com o intuito de analisar na prática se a oficina de Geometria Fractal utilizando um artefato tecnológico, o software Scratch, de modo a cumprir com o objetivo geral que se propôs compreender conteúdos de matemática área, perímetro e conceito de autossimilaridade da geometria fractal, utilizando o Scratch como artefato mediador do ensino e aprendizagem.

Essa análise foi respaldada pela teoria do Construcionismo de Papert, onde o autor defende a criação de ambientes (micromundos), garantia que o aluno tome consciência do conhecimento envolvido na atividade realizada, a importância de disponibilizar aparatos que tornem o ambiente interessante e estimulem os indivíduos a construir o conhecimento e ainda sugere que executem ações físicas ou mentais de modo que se tornem construtores do próprio conhecimento. A escolha dos objetivos nos levaram a elencar as categorias de análise, os quais nos levaram a análise dos resultados dessa pesquisa.

Para a atividade envolvendo cálculo de área e perímetro de um triângulo equilátero, foram desenvolvidas três atividades, seguindo as interações 0 (zero) 01 (um) 02 (dois) do floco de neve de Koch, possibilitando que os alunos, desenvolvessem exercícios de cálculo de área e perímetro de um triângulo Equilátero. Nessa atividade os alunos apresentaram dificuldade para desenvolver cálculos de multiplicação de um número inteiro por outro, onde foi necessário a intervenção e apoio para a realização dos cálculos. Na figura 17, temos um exemplo da atividade desenvolvida em sala.

Figura 17: Área e perímetro de um Floco de neve de Koch



Fonte: Arquivos da autora (2022).

Em seguida foram desenvolvidas as atividades envolvendo a geometria Fractal utilizando o software Scratch. A utilização do laboratório de Informática permitiu a mudança de ambiente e o trabalho em dupla destacou a importância do papel dos pares, como mediadores da atividade, onde a linguagem entre eles foi mais clara, possibilitou que o aluno expresse a sua opinião e juntos solucionassem as situações em estudo, também despertou o interesse dos alunos em conhecer mais sobre o assunto conforme sugere “aprender fazendo” de Papert (1994).

- Temos na figura 18, a produção de um aluno, e a apresentação dos códigos no interior do projeto, atividade que vem corroborar um dos conceitos do construcionismo conforme cita Santos (2019, p. 20) “garantir que o aluno tome consciência do conhecimento envolvido na atividade realizada”. Pois na codificação para a construção do polígono, requer a noção de ângulo e a quantia de ângulo envolvido na construção da figura.

Figura 18: Interior do Projeto Scratch_Costrução de um aluno

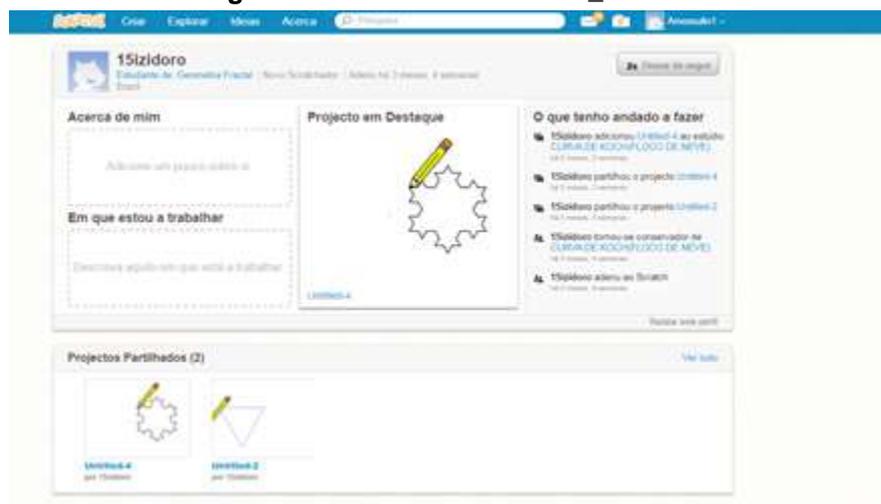


Fonte: Elaborado pela autora (2022).

A atividade permitiu que os alunos fossem levados a refletirem sobre os próprios erros e acertos, até ter a figura proposta sendo criada corretamente e permitiu que a corrigissem os códigos, quando necessário, compreendendo que também é possível aprender com o erro e corrigi-lo.

A seguir estaremos apresentando uma visão de como as atividades realizadas pelos alunos foram registradas e salvas em pastas organizadas no Scratch, conforme figura19, onde permitiu a pesquisadora visualizar a produção de cada aluno e acompanhar seu desenvolvimento.

Figura 19: Pasta de atividades_Scratch



Fonte: Elaborado pela autora (2022).

Compreendemos que atuar na sala de aula após março de 2020¹⁰, requer do professor um olhar diferenciado utilizando-se de novas ferramentas metodológicas, com as quais o aluno está familiarizado. Para tanto, faz-se necessário buscar alternativas de ferramentas que sejam interessantes para os alunos, respeitando as particularidades, a diversidade e as singularidades dos alunos.

Durante a realização da oficina no laboratório de informática, alguns alunos do noturno chegaram atrasados, por motivo de trabalho e outros da turma do matutino faltaram ao encontro, no entanto, não consideramos isso como acentuado prejuízo para os alunos, uma vez que, mesmo que resumidamente a professora buscou retomar o conteúdo com o aluno; os computadores em ambas as escolas ficam dispostos lado a lado, ao redor da parede, o que dificultou um pouco a organização das duplas no espaço físico. Apesar das dificuldades apresentadas pelos alunos, por desconhecerem de programação, o que levou um tempo maior para concluir as atividades propostas, podemos afirmar que a implementação da proposta não foi prejudicada.

¹⁰ Período Pandemia Covid-19

7 CONSIDERAÇÕES FINAIS

O ensino da Geometria Fractal, tem sido difundido no Brasil a partir da década de 90 e no Paraná foi inserida nas Diretrizes Curriculares a partir do ano 2008. Percebe-se uma necessidade de maior popularização da geometria Fractal por parte dos professores, iniciando assim, com a geometria euclidiana desde os primeiros anos de ensino, com a possibilidade de abordagem em diferentes contextos da ciência e da arte.

A análise das atividades desenvolvidas durante a oficina, com base no problema de pesquisa que previa uma intervenção no contexto do ensino de matemática, abordando elementos da geometria fractal por meio do uso de programação em blocos com o software Scratch, para turma do 9º ano do ensino fundamental regular e 9º ano do ensino fundamental EJA, nos permitiu perceber alguns pontos que podem ser aperfeiçoados em trabalhos futuros. O primeiro que gostaríamos de destacar é a necessidade da atuação do professor como mediador, permitindo ao aluno um maior papel de protagonista de modo a evitar interferências muito profundas pelo professor. Outra sugestão é a do registro do encaminhamento da atividade pelo aluno, que possibilite-o após a oficina ter acesso ao material.

Apesar das limitações, consideramos que a proposta é relevante, e com base na implementação supra citada, sugere-se, por meio do produto desta dissertação, uma “Sequência didática sobre elementos de geometria fractal com o software scratch na educação básica”, uma proposta de oficina para professores do ensino fundamental II. De modo bastante prático e acessível, professores da educação básica poderão se beneficiar da proposta, que atende até mesmo professores que não têm conhecimento de programação, tendo a possibilidade de trabalhar elementos da geometria fractal por meio de uma metodologia ativa com seus alunos.

Todo o trabalho desenvolvido, nos permitiu refletir e sugerir trabalhos futuros envolvendo a geometria Fractal. Pois, baseado na RSL realizada, referentes aos trabalhos desenvolvidos nos últimos três anos, percebemos que o ensino da geometria Fractal é pouco abordado, talvez por se tratar de uma ciência jovem, onde muitos professores não tiveram acesso a esse conhecimento na sua formação de Licenciatura. Sugerimos a realização de trabalhos primeiramente voltados para a formação e capacitação de professores, principalmente, da rede pública de ensino,

onde ações como essa farão com que esse tema seja disseminado com maior facilidade. Além disso, é possível também, criar materiais on line ou impresso para a formação desses professores, tais como com planos de aula, sugestões de atividades e avaliações.

Sendo assim, e considerando a limitação de tempo do nosso trabalho, sugerimos que trabalhos semelhantes sejam realizados com um prazo maior para que os alunos e professores tenham a oportunidade de realizar avaliações mais aprofundadas dessa prática.

Esse trabalho, nos permitiu compreender a importância da realização de atividades práticas com a geometria fractal utilizando o Scratch, mas também as limitações que temos para a realização dessas atividades, nos contextos da sala de aula. Frente a isso, também nos leva a refletir a importância da nossa prática como professores e pesquisadores para a mudança e melhoria da realidade da educação brasileira, sobretudo, da educação matemática.

REFERÊNCIAS

10 QUESTÕES para professores de matemática: ...e como o PISA pode ajudar a respondê-las. Rio de Janeiro: IMPA, 2018.

AZEVEDO, G. T.; MALTEMPI, M. V. Processo de aprendizagem de matemática à luz das metodologias ativas e do pensamento computacional. **Ciência & Educação**, Bauru, v. 26, 2020. DOI: 10.1590/1516-731320200061. Disponível em: <https://www.scielo.br/j/ciedu/a/dRXC3YvVLztYHK6bZZm6d6m>. Acesso em: 19 nov. 2022.

BACICH, L.; MORAN, J. **Metodologias ativas para uma educação inovadora: uma abordagem teórico-prática.** Porto Alegre: Penso, 2018.

BARBOSA, R. M. **Descobrendo a geometria fractal para a sala de aula.** Belo Horizonte: Autêntica, 2005.

BOGDAN, R. C.; BIKLEN, S. K. **Investigação qualitativa em educação: uma introdutória à teoria e aos métodos.** Porto: Porto, 1994.

BRASIL. Ministério da Educação. Base Nacional Comum Curricular: educação é a base. Brasília: MEC, 2018. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_site.pdf. Acesso em: 19 nov. 2022.

CONCEIÇÃO, Maria do Amparo Cruz da. **Geometria fractal: uma sequência didática para a educação básica.** TCC (Graduação - Licenciatura em Matemática) - Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia da Bahia, Campus Valença, 2019. Disponível em: <https://portal.ifba.edu.br/@@busca?SearchableText=maria+do+amparo+cruz+concei%C3%A7%C3%A3o> acesso em: jun.2022.

DAMIANI, M. F. *et al.* Discutindo pesquisas do tipo intervenção pedagógica. **Cadernos de Educação | Face/PPGE/UFPel**, Pelotas, n. 45, p. 57-67, maio/ago. 2013. Disponível em: <https://periodicos.ufpel.edu.br/index.php/caduc/article/view/3822/3074>. Acesso em: 24 maio 2023.

DANTAS, S. A. L. **Robótica de baixo custo como objeto de aprendizagem para estudantes com altas habilidades ou superdotação.** 2019. 165 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Educação e Novas Tecnologias). Universidade Internacional – UNINTER, Curitiba, 2019. Disponível em: <https://repositorio.uninter.com/handle/1/474>. Acesso em: 10 jul. 2022.

DESCOMPLEXANDO. **A natureza dos Fractais.** YouTube, 17 set. 2015. Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=4qentQF5lrw>. Acesso em: 3 jul. 2022.

FALCONER, K. **Fractal geometry**: mathematical foundations and applications. 2. ed. West Sussex-England: Wiley, 2003.

FREIRE, F. M. P.; VALENTE, J. A. **Aprendendo para a vida**: os computadores na sala de aula. São Paulo: Cortez, 2001.

JANOS, M. **Geometria fractal**. Rio de Janeiro: Edgar Blucher, 2008.

KENSKI, V. M. **Educação e tecnologias**: o novo ritmo da informação. 8. ed. Campinas: Papirus, 2007.

LOGO FOUNDATION. A logo primer. **Logo Foundation**, 2015. Disponível em: http://el.media.mit.edu/logo-foundation/what_is_logo/logo_primer.html. Acesso em: 2 nov. 2022.

MALONEY, J. *et al.* The Scratch programming language and environment. **ACM Transactions on Computing Education**, v. 10, n. 4, p. 1-15, nov. 2010. DOI: 10.1145/1868358.1868363.

MANDELBROT, B. B. **The fractal geometry of nature**. New York: W. H. Freeman, 1983.

MEDEIROS, L. F. de; WÜNSCH, L. P. Ensino de programação em robótica com Arduino para alunos do ensino fundamental: relato de experiência. **Espaço Pedagógico**, v. 26, n. 2, p. 456-480, maio 2019. DOI: 10.5335/rep.v26i2.8701. Disponível em: <http://seer.upf.br/index.php/rep/article/view/8701/114114580>. Acesso em: 15 nov. 2022.

MELO, A. P.; VASCONCELOS, N. A. F. de; NETO, J. C. da. O papel da tecnologia na educação em tempos de pandemia: concepções sobre o legado de Paulo Freire. **Reflexão e Ação**, v. 30, n. 1, p. 201-216, mar. 2022. DOI: 10.17058/rea.v30i1.16011.

MENDONÇA, F. A. C. **Aplicações da geometria Fractal**: uma proposta de didática para o Ensino Médio. 2016. 158 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) – Universidade Federal de Alagoas, Instituto de Matemática, Maceió, 2016. Disponível em: <https://bit.ly/3baw6D8>. Acesso em: 22 jul. 2022.

MORAN, J. M.; MASETTO, M.; BEHRENS, M. **Novas tecnologias e mediação pedagógica**. 12. ed. São Paulo: Papirus, 2006.

PAPERT, S. **A máquina das crianças**: repensando a escola na era da informática. Porto Alegre: Artes Médicas, 1994.

PAPERT, S. **LOGO**: computadores e educação. 2. ed. São Paulo: Brasiliense, 1986.

PAPERT, S. **LOGO**: computadores e educação. Tradução de José Arnaldo Valente, Beatriz Bitelman e Afira Vianna Ripper. São Paulo: Brasiliense, 1985.

PARANÁ. Secretaria de Estado da Educação. **Diretrizes curriculares da educação básica do Estado do Paraná**: matemática. Curitiba: SEED, 2008.

PIAGET, J. **A epistemologia genética**. Tradução de Nathanael C. Caixeira. Petrópolis: Vozes, 1971.

PLÁTIZ, Sérgio. **Divertindo-se com Fractais**. YouTube, 20 abr. 2016. Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=akG8rrE3JcU>. Acesso em: 10 jul. 2022.

PRENSKY, M. **Nativos Digitais, Imigrantes Digitais**. [S.l.]: 2001. Disponível em: <https://mundonativodigital.files.wordpress.com/2015/06/texto1nativosdigitaisimigrantedigitais1-110926184838-phpapp01.pdf>. Acesso em: 24 maio 2023.

RESNICK, M. *et al.* Scratch: programming for all. **Communications of the ACM**, v. 52, n. 11, p. 60-67, nov. 2009. DOI: 10.1145/1592761.1592779. Disponível em: <https://web.media.mit.edu/~mres/papers/Scratch-CACM-final.pdf>. Acesso em: 03 jul. 2022.

ROONEY, A. **A história da matemática**. São Paulo: M.Books, 2012.

SAMPAIO, R. F.; MANCINI M. C. Estudos de revisão sistemática: um guia para síntese criteriosa da evidência científica. **Revista Brasileira de Fisioterapia**, São Carlos, v. 11, n. 1, p. 83-89, jan./fev. 2007. Disponível em: <http://www.scielo.br/pdf/rbfis/v11n1/12.pdf>. Acesso em: 15 nov. 2022.

SANTOS, R. C. **Robótica educacional inclusiva**: uma experiência com alunos da rede pública de ensino. 2019. 179 f. Dissertação (Mestrado – Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia, Programa de Pós-Graduação em Ensino, Vitória da Conquista, 2019. Disponível em: http://www2.uesb.br/ppg/ppgen/wp-content/uploads/2020/02/Disserta%C3%A7%C3%A3o_RAILANE_COSTA_SANTOS.pdf. Acesso em: 24 maio 2023.

SOARES, M. T. C. S.; PINTO, N. B. **Metodologia da resolução de problemas**. ANPED - GT19. 1999. Disponível em: http://ufrj.br/emanped/paginas/conteudo_producoes/docs_24/metodologia.pdf. Acesso em: 24 maio 2023.

TAYLOR, T. D. Golden fractal trees. *In*: SARHANGI, R.; BARRALO, J. **Bridges Donostia: mathematics, music, art, architecture, culture**. Londres: Tarquin Publications, 2007. p. 181-188. Disponível em: <https://archive.bridgesmathart.org/2007/bridges2007-181.html>. Acesso em: 30 set. 2022.

TEIA, L. Anatomy of the Pythagoras' tree. **Australian Senior Mathematics Journal**, v. 30, n. 2, p. 38-47, 2016.

VALENTE, J. A. (org.). **Liberando a mente: computadores na educação especial**. Campinas: UNICAMP, 1991.

XAVIER, A. C. Educação tecnológica e inovação: desafio da aprendizagem hipertextualizada na escola contemporânea. **(Con)Textos Linguísticos**, Vitória, v. 7, n. 8.1, 2013. Disponível em: <https://periodicos.ufes.br/index.php/contextoslinguisticos/article/view/6004>. Acesso em: 21 jun. 2021.

XAVIER, K. L. *et al.* Análise sobre os processos de construção do Triângulo de Sierpinski no GeoGebra e Scratch. **Brazilian Journal of Development**, Curitiba, vol. 5, n. 12, p. 29755–29771. Disponível em: <https://ojs.brazilianjournals.com.br/ojs/index.php/BRJD/article/view/5275/4815>. DOI: 10.34117/bjdv5n12-119. Acesso em: 24 maio 2023.

Trabalhos analisados na RSL

ABLE, S. L. R. **A geometria fractal no processo de ensino-aprendizagem-avaliação de probabilidade geométrica**. 2021. 107f. Dissertação (Mestrado em Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) – Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Pato Branco, 2021. Disponível em: <http://repositorio.utfpr.edu.br/jspui/handle/1/27029>. Acesso em: 10 jul. 2022.

AGUILAR, V. L. de; SILVA, R. C. da; ROMANINI, E. Geometria fractal: abordando conceitos a partir de construções com o Software GeoGebra. **Ensin@ UFMS**, v. 1, n. 4, p. 52-72, 2019. Disponível em: <https://periodicos.ufms.br/index.php/anacptl/article/view/10449>. Acesso em: 10 jul. 2022.

ELEUTÉRIO, A. P. **O espaço de Hausdorff e a dimensão fractal: estudo e abordagens no Ensino Fundamental**. 2021. 105 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) – Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, 2021. DOI: <https://doi.org/10.14393/ufu.di.2021.599>. Acesso em: 12 jul. 2022.

LEIVAS, J. C. P.; BETTIN, A. D. H. Teorema de Pítágoras e o Fractal Árvore Pitagórica: Um Experimento no Ensino Fundamental. **Brazilian Journal of Education, Technology and Society**, v. 11, n. 3, p. 444-457, 2018. DOI: 10.14571/brajets.v11.n3.444-457. Disponível em: <https://brajets.com/v3/index.php/brajets/article/view/462/278>. Acesso em: 10 jul. 2022.

LISBOA, M. C. **Uma proposta de abordagem da geometria fractal na educação básica**. 2019. 59 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática) – Universidade Federal do Tocantins, Programa de Pós-Graduação em Matemática, Arraias, 2019. Disponível em: <https://repositorio.uft.edu.br/handle/11612/2039>. Acesso em: 10 jul. 2022.

OLIVEIRA, M. A. T. de. **A geometria do conjunto de Cantor, do tapete de Sierpinski e da esponja de Menger**. 2020. 85 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) – Universidade Federal do Ceará, Centro de Ciências, Departamento de Matemática, Fortaleza, 2020. Disponível em: <https://repositorio.ufc.br/handle/riufc/57647>. Acesso em: 10 jul. 2022.

REZENDE, V. *et al.* O fractal árvore pitagórica e diferentes representações: uma investigação com alunos do ensino médio. **Jornal Internacional de Estudos em Educação Matemática**, v. 11, n. 2, p. 160-171, 2018. DOI: 10.17921/2176-5634.2018v11n2p160-171.

SILVA, M. V. O. L. da. **Geometria fractal e atividades para o ensino de matemática: degraus fractais e esponja de Menger**. 2020. 72 f. Universidade Federal da Bahia, Bahia, 2020. Disponível em: <https://repositorio.ufba.br/handle/ri/33387>. Acesso em: 10 jul. 2022.

SOUZA, S. P. de. **A geometria fractal para o ensino de diversos tópicos de matemática no Ensino Médio**. 2022. 85 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática) – Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2022. Disponível em: <https://repositorio.unesp.br/handle/11449/216640>. Acesso em: 10 jul. 2022.

SULEIMAN, A. R. Fractais: possibilidades pedagógicas na escola básica. **Ensino da Matemática em Debate**, v. 6, n. 1, p. 61–83, 2019. DOI: 10.23925/2358-4122.2019v10i1p53-71. Disponível em: <https://revistas.pucsp.br/index.php/emd/article/view/41093>. Acesso em: 10 jul. 2022.

VALMORBIDA, J. M. **Uma proposta de atividades para o estudo de progressões geométricas utilizando fractais e o software GeoGebra**. 2018. 124 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática) – Universidade Federal da Fronteira Sul, Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional, Chapecó, 2018. Disponível em: <https://rd.uffs.edu.br/handle/prefix/2179>. Acesso em: 10 jul. 2022.

VIEIRA, D. C. **O uso da geometria fractal como ferramenta no ensino de progressões geométricas e logaritmos**. 2019. 90 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências Exatas) – Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, 2019. Disponível em: <https://repositorio.ufscar.br/handle/ufscar/11399>. Acesso em: 10 jul. 2022.

WANDERLEY, L. R. *et al.* Construção de fractais geométricos com o GeoGebra: árvores bifurcadas e o triângulo de Sierpinski. **Revista do Professor de Matemática**, Rio de Janeiro, e. 105, 2021. Disponível em: [https://rpm.org.br/rpm/img/conteudo/files/RPM%20-%20Fractais%20e%20GeoGebra%20-\(1\).pdf](https://rpm.org.br/rpm/img/conteudo/files/RPM%20-%20Fractais%20e%20GeoGebra%20-(1).pdf). Acesso em: 10 jul. 2022.

APÊNDICE B - PARECER COMITÊ DE ÉTICA



PARECER CONSUBSTANCIADO DO CEP

DADOS DO PROJETO DE PESQUISA

Título da Pesquisa: GEOMETRIA FRACTAL COM O SOFTWARE SCRATCH NA EDUCAÇÃO BÁSICA

Pesquisador: ANGELA VIEIRA LEONEL MOSSULIN

Área Temática:

Versão: 1

CAAE: 61859422.5.0000.5573

Instituição Proponente: Centro Universitario Internacional UNINTER

Patrocinador Principal: Financiamento Próprio

DADOS DO PARECER

Número do Parecer: 5.614.174

Apresentação do Projeto:

A presente pesquisa tem como tema a utilização do software Scratch, para a programação de figuras da Geometria Fractal ser aplicada em duas

turmas sendo uma turma do 8º/9ºano do Ensino Fundamental II no Centro Estadual de Educação Básica Jovens e Adultos (CEEBJA- Toledo Pr) e

a outra, uma turma do 9ºano Ensino regular do Colégio Estadual Cívico Militar Jardim Maracanã, também na cidade de Toledo PR, nos períodos

noturno e matutino, respectivamente; com a participação de no máximo 60 alunos.

objetivo principal verificar as contribuições

da programação em Scratch para a aprendizagem significativa de conceitos da Geometria Fractal no ensino fundamental. Terá como produto principal as oficinas com os alunos do ensino fundamental.

Objetivo da Pesquisa:

Identificar os conhecimentos prévios dos alunos em relação a alguns elementos da geometria plana euclidiana e Fractal; Desenvolver uma prática pedagógica, com alunos do Anos finais do Ensino Fundamental, que envolva geometria plana e geometria Fractal por meio do Scratch, estimulando-os a estabelecer conexões entre a programação em blocos e a Matemática; Analisar se as atividades desenvolvidas durante a prática pedagógica são potencialmente significativas para a

Endereço: Rua Luiz Xavier, 103

Bairro: Centro

UF: PR

Município: CURITIBA

CEP: 80.020-020

Telefone: (41)3311-5926

E-mail: etica@uninter.com



Continuação do Parecer: 5.614.174.

aprendizagem de ângulos internos e ângulos externos, áreas e perímetros e geometria fractal. Motivar, por meio da programação, a aprendizagem de ângulos, áreas e perímetros de figuras geométricas fractais.

Avaliação dos Riscos e Benefícios:

Riscos mínimos serão esperados neste estudo. O(a) aluno(a) poderá sentir-se desconfortável ou constrangido(a) para apresentar sua sincera opinião diante do que for questionado e/ou expressar informações pessoais. Caso haja danos diante dos riscos previstos, a pesquisadora irá conversar com o(s) participante(s) e assumir as devidas responsabilidades por eles. Benefícios: Os(as) alunos(as) poderão ser beneficiados(as) com os aprendizados acerca das atividades desenvolvidas utilizando a programação em blocos por meio do Scratch para conhecer a Nova Geometria Fractal.

Comentários e Considerações sobre a Pesquisa:

O estudo ao se direcionar para o ensino e aprendizagem de geometria, considerando utilização de tecnologia de informática e comunicação pode trazer melhorias no ensino de matemática, que como se sabe não tem apresentado bons resultados no PISA. A abrangência é focal, mas a metodologia permite a realização de um estudo aprofundado. A metodologia está bem descrita e prevê análise de dados "Software Excel", versão 2010, apresentados como média desvio padrão e os dados qualitativos serão analisados utilizando o Software Iramuteq. O desfecho é significativo e o produto são oficinas de aprendizagem com os alunos com a apresentação de seus resultados. Descreve abrangência, importância do projeto, início e encerramento do estudo.

Considerações sobre os Termos de apresentação obrigatória:

Os documentos estão anexados e estão corretos. TCLE de Assentimento, de responsável pelos alunos, TCLE de alunos maiores, termo de responsabilidade, de publicação dos dados, de mérito da pesquisa, declaração de materiais, carta do coordenador.

Recomendações:

Diante da importância do projeto para o ensino de matemática, considerando a correção do projeto e com a documentação adequada recomenda-se a aprovação do projeto.

Conclusões ou Pendências e Lista de Inadequações:

Não há inadequações.

Considerações Finais a critério do CEP:

Diante do exposto, o Comitê de Ética em Pesquisa em Seres Humanos do Centro Universitário Internacional Uninter, conforme as atribuições definidas na Resolução CNS 466/12, manifesta-se

Endereço: Rua Luiz Xavier, 103

Bairro: Centro

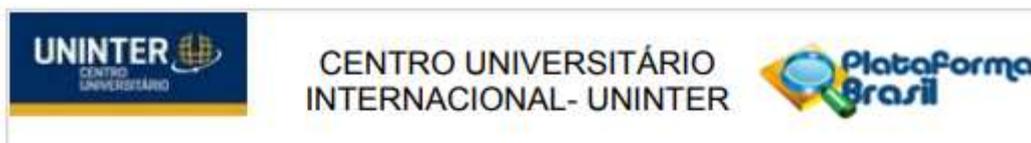
CEP: 80.020-020

UF: PR

Município: CURITIBA

Telefone: (41)3311-5926

E-mail: etica@uninter.com



Continuação do Parecer: 5.614.174

pela aprovação do projeto conforme proposto para início da pesquisa. Solicitamos que sejam apresentados a este CEP, quando houver, informações relativas às modificações do protocolo, cancelamento, encerramento e destino dos conhecimentos obtidos. Ressalta-se que cabe ao pesquisador responsável elaborar e enviar os relatórios parciais e final, por meio da Plataforma Brasil, via notificação do tipo "relatório" para que sejam devidamente apreciados no CEP, conforme Resolução CNS nº 466/2012, item XI.2.

Este parecer foi elaborado baseado nos documentos abaixo relacionados:

Tipo Documento	Arquivo	Postagem	Autor	Situação
Informações Básicas do Projeto	PB_INFORMAÇÕES_BÁSICAS_DO_PROJETO_1978429.pdf	19/08/2022 16:25:46		Aceito
Outros	Termo_assentimento_menores_.pdf	19/08/2022 16:25:12	ANGELA VIEIRA LEONEL MOSSULIN	Aceito
Outros	Analise_de_Merito.pdf	19/08/2022 16:24:14	ANGELA VIEIRA LEONEL MOSSULIN	Aceito
Outros	Declaracao_Materiais.pdf	15/08/2022 09:32:35	ANGELA VIEIRA LEONEL MOSSULIN	Aceito
Folha de Rosto	folhaDeRosto_.pdf	15/08/2022 09:28:31	ANGELA VIEIRA LEONEL MOSSULIN	Aceito
Outros	Carta_Coordenador.pdf	15/08/2022 09:20:26	ANGELA VIEIRA LEONEL MOSSULIN	Aceito
TCLE / Termos de Assentimento / Justificativa de Ausência	TCLE_Responsavel_.pdf	15/08/2022 09:17:24	ANGELA VIEIRA LEONEL MOSSULIN	Aceito
Outros	aluno_maior_.pdf	15/08/2022 09:16:59	ANGELA VIEIRA LEONEL MOSSULIN	Aceito
Declaração de Pesquisadores	Termo_Resp_pesquisador.pdf	15/08/2022 09:08:06	ANGELA VIEIRA LEONEL MOSSULIN	Aceito
Outros	Publico_Resultados.pdf	15/08/2022 09:01:15	ANGELA VIEIRA LEONEL MOSSULIN	Aceito
Declaração de concordância	Concordancia_Servico_Envolvido.pdf	15/08/2022 08:43:55	ANGELA VIEIRA LEONEL MOSSULIN	Aceito
Projeto Detalhado / Brochura Investigador	PROJETO_PESQUISA_ANGELA_MOSSULIN_.pdf	15/08/2022 08:29:39	ANGELA VIEIRA LEONEL MOSSULIN	Aceito

Situação do Parecer:

Aprovado

Necessita Apreciação da CONEP:

Endereço: Rua Luiz Xavier, 103
 Bairro: Centro CEP: 80.020-020
 UF: PR Município: CURITIBA
 Telefone: (41)3311-5926 E-mail: etica@uninter.com



Continuação do Parecer: 5.614.174

Não

CURITIBA, 30 de Agosto de 2022

Assinado por:
Desiré Luciane Dominschek Lima
(Coordenador(a))

Endereço: Rua Luiz Xavier, 103

Bairro: Centro

CEP: 80.020-020

UF: PR

Município: CURITIBA

Telefone: (41)3311-5926

E-mail: etica@uninter.com

APÊNDICE C - PLANOS DE AULA

Geometria Fractal utilizando o Software Scratch					
Aula/Duração	Objetivos	Habilidades e Competências	Conteúdos	Materiais utilizados	Avaliação
1 Diagnóstico do Grupo 50 min	- Identificar quais conhecimentos sobre o tema já fazem parte do saber prévio;	- Compreender conceitos básicos de matemática;		- Formulário impresso	Avaliação Diagnóstica: - Identificar quais são os conhecimentos já presentes nos alunos; - Identificar qual o nível de entendimento e maturidade dos alunos;
2 Conceitos geometria Fractal 50 min	- Compreender os conceitos básicos da Geometria Fractal;	- Compreender diferentes conceitos tais como razão e proporção; Autossimilaridade	- Razão; -Proporção; - Autossimilaridade;	- Vídeo;	Avaliação mediadora: - Observar o desempenho dos alunos durante atividade e intervir quando necessário;
3 Estudo em dupla 50 min	- Construir a linha do tempo sobre a história dos Fractais.	- Identificar os diferentes conceitos de Fractais ;	- História dos Fractais;	- Folhas de sulfite	Avaliação mediadora: - Observar o desempenho dos alunos durante atividade e intervir quando necessário;
4 Construção do Floco de Neve 50min	- Conhecer conceitos de um fractal. proporcionalidade - Reconhecer a presença de números fracionários em um fractal;	- Compreender o que é e como é construído um fractal; - Compreender o conceito de área e perímetro em um triangulo equilátero;	- Triângulo Equilátero; - Números racionais presentes em um Fractal;	-Folha de Sulfite; -Régua -Lápis -Borracha	Avaliação mediadora: - Observar o desempenho dos alunos durante atividade e intervir quando necessário;

5 Conceitos de programação utilizando Blocos no Software Scratch 100 min	<ul style="list-style-type: none"> - Compreender como acessa o Software Scratch; - Compreender como funciona o a programação com blocos. 	<ul style="list-style-type: none"> - Compreender conceitos de programação de computadores; - Elaborar e montar uma figura geométrica no Scratch. 	<ul style="list-style-type: none"> - Conceitos de programação em blocos; - Figuras Geométrica Fractal desenhada pelo Scratch. 	<ul style="list-style-type: none"> - Papel e caneta; - Computador; 	Avaliação mediadora: <ul style="list-style-type: none"> - Observar o desempenho dos alunos durante atividade e intervir quando necessário;
6 Concluir a programação em blocos e realizar a auto avaliação 50 min	<ul style="list-style-type: none"> - Realizar a programação de um floco de Neve. 	<ul style="list-style-type: none"> - Utilizar os conceitos de programação e montar o código de programação em blocos que faça um Floco de Neve 	<ul style="list-style-type: none"> - Programação de computadores; 	<ul style="list-style-type: none"> Computador com software Scratch; 	Autoavaliação: discussão com os alunos sobre o que eles próprios compreenderam durante o trabalho desenvolvido;;

ANEXO 1 - QUESTIONÁRIO DIAGNÓSTICO INICIAL

Este questionário visa obter informações a respeito do seu conhecimento prévio, sobre os conteúdos que serão trabalhados durante as atividades das oficinas.

A. O uso do computador e/ou celular.

1. Para que você usa o computador pessoal ou celular? *(pode assinalar mais de uma resposta).*

- Redes Sociais.
- Fazer trabalhos escolares.
- Assistir vídeos.
- Não possuo computador em casa.
- Outros. Quais? _____

2. Como você acessa a internet na sua casa? *(pode assinalar mais de uma resposta).*

- Computador
- Tablet
- Celular
- Tv
- Não tenho acesso.

B. A sala de aula e o uso de tecnologias.

3. Como os seus professores costumam trabalhar os conteúdos em sala de aula?

(pode assinalar mais de uma resposta).

- Como no livro didático.
- Com recursos de áudio e vídeo.
- Exposição do conteúdo teórico e resolução de atividades.
- Pesquisa.
- Leitura, interpretação e resolução de problemas.

4. Quais das ferramentas a seguir, você já utilizou para aprender Matemática? *(pode assinalar mais de uma resposta).*

- Calculadora
- Computador
- Celular
- Planilhas
- GeoGebra
- Outro. Qual? _____

5. Você já utilizou alguma ferramenta de programação?

(Numa escala de 1 à 5, assinale apenas uma alternativa, sendo 1 nunca utilizei e 5 utilizo com muita frequência.)

5 4 3 2 1

6. Você conhece e/ou já utilizou o *Scratch*?

(Numa escala de 1 à 5, *assinale apenas uma alternativa*, sendo 1 nunca utilizei e 5 utilizo com muita frequência)

5 4 3 2 1

7. Como você vê a importância de utilizar *softwares* ou programas computacionais aprender Matemática? (Numa escala de 1 à 5, *assinale apenas uma alternativa*, sendo 1 não vejo importância e 5 muito importante.)

5 4 3 2 1

C. Fractais.

8. O que você conhece da Geometria Euclidiana(formas geométricas)?
(Numa escala de 1 à 5, *assinale apenas uma alternativa*, sendo 1 não conheço e 5 conheço bastante.)

5 4 3 2 1

9. Você conhece as Geometrias não Euclidianas(Teoria do Caos, Fractais, outros)?
(Numa escala de 1 à 5, *assinale apenas uma alternativa*, sendo 1 não conheço e 5 conheço bastante)

5 4 3 2 1

10. Você conhece os Fractais?
(Numa escala de 1 à 5, *assinale apenas uma alternativa*, sendo 1 não conheço e 5 conheço bastante.)

5 4 3 2 1

11. Que conteúdos matemáticos você já conhece? (*pode assinalar mais de uma resposta*)

- Razão proporção
- Autossimilaridade
- Frações
- Números Decimais
- Perímetro
- Área

OBRIGADO PELA CONTRIBUIÇÃO!

ANEXO 2 - QUESTIONÁRIO DIAGNÓSTICO FINAL

Este questionário visa conhecer a sua percepção após desenvolver as atividades de aplicação da Geometria Fractal.

A. A realização da oficina.

1. O quanto você ficou satisfeito(a) com relação ao estudo dos Fractais utilizando o Scratch ?(Numa escala de 1 à 5, assinale apenas uma alternativa, sendo 1 pouco satisfeito(a) e 5 muito satisfeito(a))

() 5 () 4 () 3 () 2 () 1

2. O quanto você ficou satisfeito(a) com o uso de uma ferramenta tecnológica no ensino de conteúdo matemático com os Fractais (Numa escala de 1 à 5, assinale apenas uma alternativa, sendo 1 pouco satisfeito(a) e 5 muito satisfeito(a))

() 5 () 4 () 3 () 2 () 1

3. Explique sua escolha.

- a. Como foi sua experiência com a realização da oficina de Fractais?

- b. Aponte pontos positivos a respeito das atividades.

- c. Aponte pontos negativos a respeito das atividades.

B. O Scratch

4. Você gostou de utilizar o Scratch?

(Numa escala de 1 à 5, assinale apenas uma alternativa, sendo 1 pouco satisfeito(a) e 5 muito satisfeito(a))

5 4 3 2 1

5. Assinale qual(is) dificuldade(s) você teve em trabalhar com o *Scratch*

?

Pouco tempo para fazer a atividade

Não sei utilizar o computador

Desconheço de programação

Não soube localizar os blocos

Outro(s). Qual(ais) ? _____

6. Em sua opinião, quais as vantagens de se estudar Fractais utilizando o *Scratch*?

OBRIGADO PELA CONTRIBUIÇÃO!

ANEXO 3 - CRONOGRAMA DE APLICAÇÃO

Aulas de 50 min.	Planejamento/Execução
01 - Data 16/11/2022	i. Apresentação do trabalho de pesquisa e metodologia; ii. Aplicação de um questionário diagnóstico inicial com objetivo identificar os conhecimentos prévios dos alunos, bem como seus interesses;
02 - Data 16/11/2022	ii. Exibição de vídeos introdutórios sobre Fractais; iii. Apresentação dos Fractais Clássicos.
03 - Data 23/11/2022	i. Introdução apresentação do Scratch; ii. Acesso ao Scratch pelo aluno; iii. Apresentação do manual básico da realização de algumas atividades no Scratch em sala.
04 - Data 23/11/2022	i. Construção do Triângulo Equilátero no Scratch. ii. Cálculo do comprimento do perímetro do Floco de Neve de Koch nos diferentes níveis (Nível 0, nível 1 e nível 2).
05 - Data 30/11/2022	i. Cálculo da área do Floco de Neve Koch nos três níveis. (Nível 0, nível 1 e nível 2).
06 - Data 30/11/2022	i. Discussão com os alunos a respeito das atividades desenvolvidas; ii. Aplicação de um questionário diagnóstico final.